



**Concursul de matematică Upper.School  
Ediția 2022-2023**

**Etapa III  
Clasa a VII-a**

**- Subiecte -  
Lioara Ivanovici**

## §1 Subiecte

### Problema 1

Ana și Bogdan joacă un joc pe o tablă pătrată  $n \times n$  ( $n$  linii și  $n$  coloane). Ana începe jocul și de fiecare dată când unui copil îi vine rândul să joace acesta completează un pătrățel gol cu un număr natural. La sfârșitul jocului câștigă Bogdan dacă pe fiecare linie suma numerelor este divizibilă cu 3, în caz contrar câștigă Ana. Stabiliți cine are strategie de câștig și care este aceasta.

### Problema 2

Fie numerele naturale  $a$  și  $b$  care verifică simultan relațiile  $|a - b| \geq 2$ ,  $|b - 2| \geq a$ ,  $|2 - a| \geq b$ . Arătați că numărul  $2^a - 2^b$  sau  $2^{a+b} - 1$  este divizibil cu 3.

Mihaela Berindeanu, București

### Problema 3

Fie  $ABCD$  un pătrat,  $E, F$  două puncte,  $E \in (AB)$  și  $C \in (BF)$  astfel încât  $AE = CF$ . Considerăm  $M \in (AB)$ ,  $N \in (CD)$  astfel încât  $AM = DN$  și notăm  $\{G\} = MN \cap DF$ ,  $\{H\} = EG \cap AN$ ,  $\{I\} = FE \cap AC$ .

- Demonstrați că are loc relația  $DA \cdot DG = AM \cdot DE$ ;
- Aflați măsura unghiului  $\angle IHG$ .

Andrei Bâra, București

### Problema 4

Fie  $\triangle ABC$  cu  $m(\angle A) = 2m(\angle B) + m(\angle C)$ . Pe bisectoarea  $\angle ABC$  se consideră punctele  $E$  și  $D$  în interiorul  $\triangle ABC$  astfel încât  $BA = BD$  și  $CE = CA$ . Aflați măsurile unghiurilor  $\triangle ABC$  știind că  $\triangle AED$  este isoscel.

Adrian Bud, Negrești Oaș

Problemele 1-4: .....  $4 \times 7p = 28p$

Puncte acordate din oficiu: .....  $0p$

Total: .....  $28p$

Timp de lucru: ..... 4 ore