



Concursul de matematică Upper.School
Ediția 2023-2024

Etapa II
Clasa a VII-a

- Subiecte -
Lioara Ivanovici, Mihaela Berindeanu

§1 Subiecte

Problema 1

Care este rezultatul calculului $\frac{1}{0,(3)} + \frac{1}{0,0(3)} + \frac{1}{0,00(3)}$?

Problema 2

Care este numărul soluțiilor reale ale ecuației

$$(x + 1)(x - 2)(x + 3)(x - 4) \dots (x - 2022)(x + 2023) = 0?$$

Problema 3

Un romb cu latura $AB = 10$ cm are $m(\angle BAD) = 150^\circ$. Dacă lungimile diagonalelor sunt $AC = a$ și $BD = b$, aflați valoarea produsului ab .

Problema 4

Aflați suma soluțiilor reale ale ecuației $[x + 5] + 3\{x\} = 2023$.

Problema 5

Fie $\triangle ABC$ cu ortocentrul H . Dacă măsurile unghiurilor $\angle AHB$, $\angle AHC$, $\angle BHC$ sunt direct proporționale cu 7, 6 și respectiv 5, atunci măsura unghiului \hat{A} este egală cu:

Problema 6

Fie $ABCD$ un paralelogram cu $AB > BC$, $m(\angle BAD) < 90^\circ$, (AE bisectoarea unghiului $\angle BAD$ și (BF este bisectoarea unghiului $\angle ABC$, $E, F \in (DC)$). Notăm cu M mijlocul lui (AE) și cu N mijlocul (BF). Dacă $5BC = 3AB$ și $MN = 24$ cm atunci perimetrul paralelogramului $ABCD$ este egal cu:

Problema 7

În triunghiul echilateral $\triangle ABC$ considerăm punctul $F \in (AB)$. Cercul înscris în $\triangle ACF$ este tangent laturii (CF) în E , iar cercul înscris în $\triangle BCF$ este tangent laturii (CF) în D . Dacă $AF = 4$ și $BF = 13$, iar $DE = \frac{a}{b}$, unde a și b sunt numere naturale, $b \neq 0$, $(a, b) = 1$, atunci valoarea sumei $a + b$ este egală cu:

Problema 8

Care este suma numerelor naturale \overline{ab} pentru care $\sqrt{ab + 2} = a + b$?

Problema 9

Care este produsul soluțiilor reale ale ecuației $\left[\frac{5x^2 + 2x + 18}{x^2 + 3} \right] + \left\{ \frac{4x^2 + 2x + 15}{x^2 + 3} \right\} = 6$?
 Am notat cu $[x]$ partea întreagă a numărului real x și cu $\{x\}$ partea fracționară a numărului real x .

Problema 10

Care este valoarea sumei $S = \frac{1}{2024^2} + \frac{3}{1^2 \cdot 2^2} + \frac{5}{2^2 \cdot 3^2} + \frac{7}{3^2 \cdot 4^2} + \dots + \frac{4047}{2023^2 \cdot 2024^2}$?

Problema 11

Aflați pentru câte valori $n \in \mathbb{N}$ numărul $A = \sqrt{40 - 3\sqrt{n+3}}$ este număr natural.

Problema 12

Dacă $x = \frac{4}{x} + y$ și $y = \frac{5}{y} + x$, unde x și y sunt numere reale nenule, atunci valoarea absolută a diferenței celor două numere este egală cu:

Problema 13

Un dreptunghi este împărțit în 9 dreptunghiuri mai mici prin drepte paralele cu laturile dreptunghiului ca în desenul de mai jos. Numerele înscrise în 5 dintre dreptunghiurile mici reprezintă ariile acestora. Aflați aria dreptunghiului mare.

	3	
6	8	10
	5	

Problema 14

Triunghiul $\triangle ABC$ este înscris în cercul $\mathcal{C}(O, R)$. Fie $AD \perp BC$, $D \in (BC)$ și dreapta d este tangentă la cercul circumscris triunghiului $\triangle ABC$ în punctul A . Prin punctul D trasăm $DM \parallel AB$, $M \in d$. Știind că $m(\angle ABC) = 80^\circ$ să se afle măsura unghiului $\angle ACM$.

Problema 15

Se consideră triunghiul echilateral $\triangle ABC$. Fie E simetricul punctului B față de C și punctul F simetricul punctului C față de A . Notăm $AB \cap EF = \{M\}$. Știind că aria triunghiului $\triangle ABC$ este egală cu 36 cm^2 , să se determine aria triunghiului $\triangle AFM$.

Problema 16

Numărul perechilor de numere naturale nenule (a, b) , prime între ele, cu proprietatea că $\frac{17a - 2b}{a + b}$ este un număr întreg, este egal cu:

Problemele 1-16:	$16 \times 5p = 80p$
Puncte acordate din oficiu:	$20p$
Total:	$100p$
Timp de lucru:	3 ore