



Concursul de matematică Upper.School
Ediția 2024-2025

Etapa I
Clasa a VIII-a

- Subiecte -
Lioara Ivanovici, Mihaela Berindeanu, Adrian
Bud

§1 Subiecte**Problema 1**

Știind că $\frac{x}{y} = \frac{7}{2}$, $y \neq 0$, aflați valoarea raportului $\frac{3x + 5y}{2x + y}$.

- a) $\frac{21}{7}$ b) $\frac{21}{16}$ c) $\frac{31}{8}$ d) $\frac{31}{16}$

Problema 2

Prețul unui produs s-a mărit succesiv, de două ori, cu 25%, după care are loc o ieftinire. Vânzătorul constată ca prețul final este același cu cel inițial. Cu ce procent s-a redus prețul?

- a) 50 b) 40 c) 36 d) 32

Problema 3

Soluția inecuației

$$\{x \in \mathbb{R} \mid |2x - 3| \geq 3\}$$

este $(-\infty, a] \cup [b, \infty)$. Care este valoarea sumei $a + b$?

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3

Problema 4

Fie $a > 0$, $b > 0$, cu $a < b$. Intersecția intervalelor $[a, b]$ și $\left(0, \frac{a+b}{2}\right)$ este:

- a) $\left[a, \frac{a+b}{2}\right]$ b) $\left[a, \frac{a+b}{2}\right)$ c) $\left(0, \frac{a+b}{2}\right)$ d) $\left[\frac{a+b}{2}, b\right)$

Problema 5

În sistemul de coordonate xOy se consideră punctele $A(5, 0)$, $B(4, 7)$ și $C(1, 4)$. Măsura unghiului ACB este egală cu:

- a) 45° b) 30° c) 60° d) 90°

Problema 6

Numărul $x = \frac{\sqrt{21 + \sqrt{13 + \sqrt{7 + \sqrt{2 + \sqrt{4}}}}}}{5}$ este egal cu:

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 5

Problema 7

În triunghiul isoscel $\triangle ABC$ cu baza BC , unghiul $\angle BAC$ este obtuz. Se cunosc $BC = 32$ cm și $d(A, BC) = 12$ cm. Perpendiculara în A pe latura AB intersectează latura BC în D .

Care este valoarea raportului $\frac{AB}{DC}$?

a) $\frac{25}{7}$

b) $\frac{21}{7}$

c) $\frac{25}{14}$

d) $\frac{20}{7}$

Problema 8

Fie $ABCD$ un dreptunghi cu $AD = a$ și $CD = b$. Fie $DM \perp AC$, $M \in AC$ și $AM = AB$.

Valoarea raportului $\frac{a}{b}$ este egală cu:

a) $\frac{\sqrt{5} + 1}{2}$

b) $\sqrt{\frac{\sqrt{5} + 1}{2}}$

c) $\sqrt{\frac{\sqrt{5} - 1}{2}}$

d) $\frac{\sqrt{5} - 1}{2}$

Problema 9

Știind că $\sqrt{8x^2y + 8xy^2} \geq 2xy + x + y$ cu $x, y \in \mathbb{N}^*$, aflați valoarea sumei $x + y$.

a) 8

b) 4

c) 3

d) 2

Problema 10

Dreptunghiul $ABCD$ are dimensiunile $AB = 18$ cm și $BC = 12$ cm. Determinați sinusul unghiului $\angle APD$, unde M este mijlocul segmentului (AB) și $AC \cap DM = \{P\}$.

a) $\frac{18\sqrt{13}}{65}$

b) $\frac{18\sqrt{13}}{13}$

c) $\frac{6\sqrt{13}}{65}$

d) $\frac{6\sqrt{13}}{13}$

Problema 11

Se consideră prisma triunghiulară regulată $ABCA'B'C'$ în care $AB = 2$ cm și $AA' = \sqrt{3}$ cm. Care este sinusul unghiului format de dreptele $B'C$ și AC' ?

a) $\frac{8\sqrt{3}}{7}$

b) $\frac{4\sqrt{3}}{14}$

c) $\frac{4\sqrt{3}}{7}$

d) $\frac{24}{25}$

Problema 12

Suma numerelor reale a și b care verifică relația $5a + 2b + 24 = 6\sqrt{5a + 8} + 4\sqrt{2b + 3}$ este egală cu:

a) $\frac{3}{5}$

b) $\frac{7}{10}$

c) 10

d) 11

Problema 13

Dacă $x > 0$, $y > 0$ și $2\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{(x+1)(y+4)}$, atunci media geometrică a numerelor x și y este egală cu:

- a) 6 b) 4 c) 2 d) 1

Problema 14

Aflați câte perechi de numere naturale (x, y) verifică relația $\frac{x}{y+1} + \frac{y}{x+1} = 1$.

- a) 3 b) 2 c) 1 d) 4

Problema 15

Se consideră cubul $ABCD A' B' C' D'$ în care punctele M și N sunt mijloacele muchiilor AB , respectiv CC' . Dreapta MN intersectează planul $(A'BD)$ în punctul X . Care este valoarea raportului $\frac{MX}{XN}$?

- a) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ b) 3 c) $\frac{1}{3}$ d) 1

Problema 16

Andrei dispune de mai multe cuburi mici identice, din care construiește prin lipire un cub mai mare, folosindu-le pe toate. Apoi, colorează în albastru câteva dintre fețele cubului mare. După ce termină de colorat, Andrei descompune cubul mare în cuburile mici inițiale și observă că exact 3 dintre acestea nu au nicio față colorată în albastru. Câte fețe ale cubului mare au fost colorate în albastru de către Andrei?

- a) 6 b) 5 c) 4 d) 3

Problemele 1-16: $16 \times 5p = 80p$

Puncte acordate din oficiu: $20p$

Total: $100p$

Timp de lucru: 2 ore