



Concursul de matematică Upper.School
Ediția 2024-2025

Etapa II
Clasa a V-a

- Subiecte -
Lioara Ivanovici, Marius Mîinea

§1 Subiecte

Problema 1

Care este cel mai mic număr natural care are produsul cifrelor egal cu $8! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8$?

Problema 2

Pentru câte valori ale numărului natural nenul n numerele $5^n - 2$ și $5^n + 2$ sunt simultan numere prime?

Problema 3

Aflați numărul natural \overline{abcd} care verifică relația

$$\overline{abcd} + 7 \cdot \overline{abc} = 2025.$$

Problema 4

Care este numărul maxim de numere prime care pot fi conținute într-un set de 13 numere naturale consecutive?

Problema 5

Se consideră numerele naturale x , y și z care verifică relația $2025 \cdot x + y - 2024 \cdot z = 7$. Care este restul împărțirii numărului $x + y$ la 2024?

Problema 6

O cantitate de apă trebuie ambalată în bidoane și transportată la o grădină zoologică. Avem la dispoziție bidoane de câte 15 litri și bidoane de câte 40 litri, dar numărul celor de 40 de litri este cel mult 5. Dacă s-ar umple doar bidoanele de 15 litri, atunci ar rămâne 80 de litri. Dacă s-ar umple doar bidoanele de 40 litri, atunci ar rămâne 10 de litri. Care este cantitatea de apă care trebuie transportată la grădina zoologică?

Problema 7

Numerele naturale a , b și c verifică relațiile

$$a + b = 11$$

$$b \cdot c = 40.$$

Aflați valoarea minimă a produsului $a \cdot c$.

Problema 8

Ana are 600 de bile, unele albe, altele roșii. Dorind să aibă numai bile albe, ea face schimb cu prietena ei Roxana, care oferă câte 8 bile albe pentru fiecare 17 bile roșii. După schimb Ana rămâne cu 420 de bile albe și nicio bilă roșie. Câte bile albe a avut Ana la început?

Problema 9

Patru bufnițe, numerotate de la 1 la 4, au înălțimi diferite.

- Bufnița 1 spune „Nu sunt nici cea mai mare, nici cea mai mică”
- Bufnița 2 spune „Nu sunt cea mai mică”
- Bufnița 3 spune „Sunt cea mai mare”
- Bufnița 4 spune „Sunt cea mai mică”

Una a mințit, iar celelalte trei au spus adevărul. Ce număr are bufnița care este cea mai mare?

Problema 10

Paginile unei cărți sunt numerotate astfel: pe prima foaie sunt paginile 1 și 2, pe a doua foaie paginile 3 și 4, ..., iar pe ultima foaie sunt paginile 99 și 100. Spunem că o foaie este *memorabilă* dacă cele două pagini sunt numerotate cu numere care au fie aceeași cifră a zecilor, fie aceeași cifră a unităților. Determinați câte foi din această carte nu sunt *memorabile*.

Notă: foaia cu paginile 77 și 78 este *memorabilă* pentru că numerele au aceeași cifră a zecilor, iar foaia cu paginile 1 și 2 nu este *memorabilă* pentru că numerele nu au o cifră a zecilor, iar cifra unităților este diferită.

Problema 11

Pe o tablă sunt scrise numerele

$$1, 2, 3, 4, \dots, 10.$$

În câte moduri putem șterge două numere de pe tablă, astfel încât suma numerelor rămase să fie cel mult egală cu 45?

Problema 12

În jurul unei mese rotunde sunt așezate 7 scaune numerotate de la 1 la 7. Pe fiecare scaun se află câte un copil, iar pe masă sunt 100 de jetoane. Începând cu copilul care se află pe scaunul cu numărul 1, fiecare copil ia, pe rând, un număr de jetoane egal cu numărul locului pe care se află: copilul de pe scaunul cu numărul 1 ia un jeton, cel de pe scaunul cu numărul 2 ia două jetoane și continuă în același mod, copilul de pe scaunul cu numărul 7 ia 7 jetoane, apoi, din nou, copilul de pe scaunul cu numărul 1 ia un jeton, și așa mai departe. Jocul se oprește imediat ce un copil, la rândul său, nu mai poate ridica numărul de jetoane egal cu numărul scaunului pe care se află. Ce număr are scaunul copilului care ridică ultima dată jetoane de pe masă?

Problema 13

Într-o urnă sunt bile albe și bile roșii. Oricum am scoate 6 bile, printre ele găsim și bile albe și bile roșii. Care este cel mai mare număr de bile care ar putea fi în urnă?

Problema 14

Determinați cel mai mare număr natural de trei cifre \overline{xyz} cu proprietatea că

$$\overline{xy} + \overline{yz} = 115 + \overline{zx}.$$

Problema 15

Scriem 0 sau 1 în fiecare pătrățel a unui tabel cu 5 linii și 5 coloane, astfel încât fiecare pătrat 2×2 extras din tabel să conțină exact 3 numere egale. Care este cea mai mare valoare posibilă a sumei tuturor numerelor din tabel?

Problema 16

Un număr natural de 4 cifre se numește *încăpățânat*, dacă este scris folosind toate cifrele 1, 2, 3 și 4 și, prin schimbarea locurilor a exact două cifre între ele, nu se poate obține numărul 1234. Câte numere *încăpățânate* există?

Problemele 1-16: $16 \times 5p = 80p$

Puncte acordate din oficiu: $20p$

Total: $100p$

Timp de lucru: 3 ore