



Concursul de matematică Upper.School  
Ediția 2024-2025

Etapa II  
Clasa a VI-a

- Subiecte -  
Lioara Ivanovici, Mihaela Berindeanu, Adrian  
Bud

## §1 Subiecte

### Problema 1

Să se determine numărul natural  $n = 2^a \cdot 3^b$ ,  $a, b \in \mathbb{N}$  știind că numărul  $2n$  are cu 3 divizori mai mulți ca  $n$ , iar  $3n$  are cu 4 divizori mai mult ca  $n$ .

*Notă: Se vor lua în calcul doar divizorii naturali ai unui număr.*

### Problema 2

Pentru câte perechi de numere naturale  $(a, b)$  cu  $a + b = 2025$  are loc inegalitatea

$$\frac{a}{b} > \frac{1}{2} ?$$

### Problema 3

Se consideră  $n$  unghiuri în jurul unui punct,  $n \in \mathbb{N}^*$ , cu măsurile exprimate prin numere naturale. Să se determine cea mai mare valoare a numărului  $n$ , astfel încât măsurile unghiurilor să fie direct proporționale cu  $1, 3, 5, \dots, 2n - 1$ .

### Problema 4

Se consideră numerele  $a, b, c$  și  $d$  despre care știm :

- a)  $\{a, b, c, d\} = \{10, 20, 30, 40\}$ ;
- b)  $a + b < c + d$ ;
- c)  $b + d = c$ .

Care este valoarea numărului  $c$ ?

### Problema 5

Câte triunghiuri scalene necongruente există cu lungimile laturilor exprimate prin numere naturale, iar două dintre ele sunt egale cu 3, respectiv 4?

### Problema 6

Într-o fermă de iepuri fiecare familie de iepuri are unul sau doi pui. La ultima numărare, 40% dintre puii din fermă au câte un frate. Dacă  $p\%$  este procentul familiilor de iepuri din fermă care au un singur pui, să se determine valoarea lui  $p$ .

### Problema 7

Fie  $a, b$  și  $c$  cifre distincte nenule pentru care există numerele naturale  $x$  și  $y$ , astfel încât  $\overline{abc} \cdot \overline{cb} = 100 \cdot x^2 + 1$  și  $\overline{acb} \cdot \overline{bc} = 100 \cdot y^2 + 1$ . Care este cea mai mică valoare pe care o poate lua numărul  $\overline{abc}$ ?

**Problema 8**

Paginile unei cărți sunt numerotate cu numere naturale consecutive începând de la cifra 1. Media aritmetică a paginilor din capitolul 5 este 97 și media aritmetică a numerelor paginilor din capitolul 6 este 116. Câte pagini au în total capitolele 5 și 6?

**Problema 9**

Aflați cardinalul mulțimii  $A = \{p \in \mathbb{N} \mid p \text{ este număr prim și } S = 2^p + p^2 \text{ este număr prim}\}$ .

**Problema 10**

Fie  $x, y, z$  trei numere naturale care verifică relația  $4 \cdot x + 7 \cdot z = 7 \cdot y + 9$ . Care este restul împărțirii numărului  $A = 2 \cdot x + y + 5 \cdot z$  la 6?

Revista de Matematică din Timișoara, nr.1/2024

**Problema 11**

Segmentul  $(AB)$  are lungimea de 2025 cm. O broscuță se află în punctul  $A$  și dorește să ajungă la punctul  $B$  pe cel mai scurt drum posibil. Pentru aceasta, ea efectuează sărituri în care lungimea fiecărei sărituri este egală cu o putere a lui 2 (adică are forma  $2^n$ , unde  $n \in \mathbb{N}$ .) Mai mult, niciuna dintre aceste sărituri nu se repetă ca lungime. Câte sărituri îi sunt necesare broscuței să ajungă în punctul  $B$ ?

**Problema 12**

Care este cea mai mare valoare a numărului natural  $m$  pentru care există un număr natural  $n$  astfel încât are loc egalitatea

$$(2m + 3)(3m + 4) = 35^n?$$

**Problema 13**

Determinați cardinalul mulțimii  $A = \left\{x \in \mathbb{N} \mid x = \frac{m + 7 \cdot n}{7 \cdot m + n}, m, n \in \mathbb{N}^*\right\}$ .

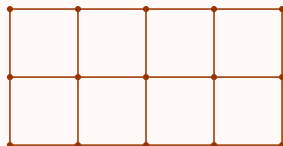
**Problema 14**

Pentru numărul natural nenul  $n$  vom nota cu  $1 = d_1 < d_2 < d_3 < \dots$  toți divizorii numărului  $n$  scriși în ordine crescătoare. Știind că  $d_6 = 35$ , aflați cea mai mică valoare pe care o poate lua numărul  $n$ .

**Problema 15**

Găsiți numărul de moduri în care putem colora pătratele unitate ale unei table  $2 \times 4$  în patru culori, astfel încât:

- toate cele patru culori să fie folosite
- fiecare pătrățică să aibă cel puțin o latură comună cu o altă pătrățică de aceeași culoare.



Notă: Se consideră că două colorări sunt diferite chiar dacă una se poate obține din cealaltă prin rotație sau reflexie a tablei.

**Problema 16**

Aflați numărul natural  $\overline{abc}$  verifică relația  $\overline{abbc} = \overline{bc}^2$ .

Gazeta Matematică nr 5/2018

<b>Problemele 1-16:</b> .....	$16 \times 5p = 80p$
<b>Puncte acordate din oficiu:</b> .....	$20p$
<b>Total:</b> .....	$100p$
<b>Timp de lucru:</b> .....	3 ore