



**Concursul de matematică Upper.School
Ediția 2024-2025**

**Etapa III
Clasa a VI-a**

**- Subiecte -
Lioara Ivanovici**

§1 Subiecte

Problema 1

Aflați numerele raționale nenule a, b, c și d care verifică relațiile:

$$a = 1 + \frac{bc}{d}, \quad b = 2 + \frac{cd}{a}, \quad c = 3 + \frac{da}{b}, \quad d = 4 + \frac{ab}{c}.$$

Adrian Bud, Negrești Oaș

Problema 2

Fie a, b, c numere naturale mai mari decât 1, astfel încât

$$c + 1 \mid a + b, \quad a + 1 \mid b + c, \quad b + 1 \mid c + a.$$

Să se determine cea mai mare valoare posibilă a sumei $a + b + c$.

Problema 3

Într-o comunitate fiecare băiat are fie exact un prieten, fie exact doi prieteni. Prietenia este reciprocă, adică dacă A este prieten cu B , atunci și B este prieten cu A . Într-o dimineață, toți băieții cu doi prieteni poartă tricouri roșii, iar ceilalți băieți poartă tricouri albastre. În acest moment oricare doi prieteni poartă tricouri de culori diferite. După-amiază, 10 băieți își schimbă tricourile roșii în tricouri albastre și 12 băieți își schimbă tricourile albastre în tricouri roșii. Acum oricare doi prieteni poartă tricouri de aceeași culoare. Câți băieți sunt în această comunitate?

Observație: Un băiat își poate schimba tricoul o singură dată.

Problema 4

Fie $\triangle ABC$ un triunghi dreptunghic de ipotenuză AC . Punctul O este mijlocul ipotenuzei. Se consideră un punct E în exteriorul triunghiului, astfel încât $AE = AC$, $OB \perp BE$, iar A și E sunt de o parte și de alta a dreptei BO . Notăm $AE \cap BO = \{M\}$. Arătați că dacă $m(\angle BME) = 60^\circ$, atunci $AB = BC$.

Adrian Bud, Negrești Oaș

Problemele 1-4: $4 \times 7p = 28p$

Puncte acordate din oficiu: $0p$

Total: $28p$

Timp de lucru: 3 ore