



**Concursul de matematică Upper.School  
Ediția 2024-2025**

**Etapa III  
Clasa a VII-a**

**- Subiecte -  
Lioara Ivanovici**

## §1 Subiecte

### Problema 1

Aflați tripletele de numere naturale nenule  $(m, n, k)$  care sunt soluții ale ecuației

$$8^m + n! - 1 = k^2,$$

unde am notat cu  $n!$  produsul primelor  $n$  numere naturale nenule.

Mihaela Berindeanu, București

### Problema 2

Se consideră numerele naturale nenule  $a, b, c, a \neq c$  și  $b \neq 5$  și numărul

$$A = \frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+5} + \frac{5}{a+5}.$$

- Demonstrați că  $1 < A < 3$ ;
- Dacă  $A \in \mathbb{N}$ , demonstrați că  $a + b + c + 5$  este număr compus.

Mihaela Berindeanu, București

### Problema 3

Fie  $ABC$  un triunghi isoscel cu  $AB = AC$ . Fie  $D$  și  $E$  pe laturile  $AB$  și respectiv  $AC$  astfel încât  $AD = CE$ . Se construiesc paralelogramele  $AEBV$  și  $ADCU$ . Fie  $S$  intersecția dintre cercurile circumscrise triunghiurilor  $ADE$  și  $ABC$  și fie  $K$  punctul diametral opus lui  $S$  în cercul circumscris triunghiului  $ABC$ . Notăm cu  $R$  intersecția dreptelor  $DE$  și  $UV$ .

- Demonstrați că  $(SR)$  este bisectoarea unghiului  $\angle DSE$ .
- Demonstrați că dreptele  $SK, DE$  și  $UV$  sunt concurente.

Ana Boiangiu, elevă, București

### Problema 4

Andrei are 3 seriale preferate pe care vrea să le revadă pe parcursul a 8 zile, fiecare având câte 12 episoade. Notăm aceste seriale cu  $I, II$ , respectiv  $III$ . El procedează astfel: în ziua  $n$  își alege  $n$  episoade consecutive dintr-un singur serial și le urmărește în ordine. De exemplu, în prima zi ar putea să urmărească episodul 5 din serialul  $II$ , în a doua zi episoadele 7 și 8 din serialul  $III$ , etc. În câte moduri poate Andrei să termine de vizionat cele 3 seriale?

**Problemele 1-4:** .....  $4 \times 7p = 28p$

**Puncte acordate din oficiu:** .....  $0p$

**Total:** .....  $28p$

**Timp de lucru:** ..... 4 ore