



**Concursul de matematică Upper.School
Ediția 2024-2025**

**Etapa III
Clasa a VIII-a**

**- Subiecte -
Lioara Ivanovici**

§1 Subiecte

Problema 1

Fie $ABCD A' B' C' D'$ o prismă patrulateră regulată cu baza $ABCD$ pătrat de centru O . Notăm cu M mijlocul muchiei AB și considerăm punctul $F \in (BB')$ astfel încât $B'F = 3 \cdot BF$. Arătați că $A'O \perp MF$ dacă și numai dacă $ABCD A' B' C' D'$ este cub.

Adrian Bud, Negrești Oaș

Problema 2

Demonstrați că pentru orice numere întregi pozitive a, b care îndeplinesc condițiile $a > b$ și $a^2 + ab + b^2 \mid ab(a + b)$ are loc inegalitatea

$$(a - b)^3 > 3ab.$$

Problema 3

Fie $a, b, c \in (0, \infty)$ care verifică

$$\frac{1}{4 + a + \sqrt{a^2 + 32}} + \frac{1}{4 + b + \sqrt{b^2 + 32}} + \frac{1}{4 + c + \sqrt{c^2 + 32}} \leq \frac{1}{4}.$$

Arătați că $a + b + c \geq 6$.

Mihaela Berindeanu, București

Problema 4

Sunt 8 becuri așezate în linie, pe poziții numerotate de la 1 la 8, toate sunt inițial aprinse. La un pas putem stinge două becuri vecine aprinse sau putem aprinde două becuri vecine stinse. Câte variante de model de becuri aprinse sau stinse putem obține după un număr suficient de pași?

Problemele 1-4: $4 \times 7p = 28p$

Puncte acordate din oficiu: $0p$

Total: $28p$

Timp de lucru: 4 ore