

Concursul de matematică Upper.School
Ediția 2025-2026

Etapa II
Clasa a VI-a

- Subiecte -

Lioara Ivanovici, Mihaela Berindeanu,
Adrian Bud

§1 Subiecte

Problema 1

Când telefonul lui Marius este încărcat complet, acesta se descarcă în 32 de ore dacă îl folosește doar pentru a asculta muzică, în 20 de ore dacă îl folosește doar pentru jocuri și în 80 de ore dacă nu îl folosește deloc. Marius urcă într-un tren cu telefonul pe jumătate încărcat. În timp ce se află în tren, timpul în care ascultă muzică, timpul în care se joacă pe telefon și timpul în care nu îl folosește sunt toate aceleași. Telefonul său se descarcă exact când trenul ajunge la destinație. Câte ore a durat călătoria cu trenul?

Problema 2

Fie n un număr întreg pozitiv care este multiplu de 45 și are exact 15 divizori pozitivi. Determinați valoarea maximă posibilă a lui n .

Problema 3

Ioan are 12 pungi cu dulciuri.

- unele pungi conțin 3 bomboane cu ciocolată, 4 caramele și o bomboană cu cireșe;
- alte pungi conțin 4 bomboane cu ciocolată, 5 caramele și 2 bomboane cu cireșe;
- restul pungilor conțin 6 bomboane cu ciocolată și 3 bomboane cu cireșe.

În total, pungile conțin 31 caramele. Câte bomboane cu cireșe conțin toate pungile?

Problema 4

Fie $x, y, z \in \mathbb{Q}^*$. Numerele $x \cdot y$ și $x + y$ sunt direct proporționale cu 24 și 7, iar numerele $x \cdot z$ și $x - z$ sunt direct proporționale cu 8, respectiv 1. Numărul $\frac{y+z}{y \cdot z}$ este egal cu fracția ireductibilă $\frac{a}{b}$, $a, b \in \mathbb{N}$, $(a, b) = 1$, $b \neq 0$. Determinați valoarea sumei $a + b$.

Problema 5

Ada, Cora și Nela au jucat un joc pe calculator în care culegeau pietre prețioase: rubine, smaralde și diamante, fiecare valorând un număr de puncte. Ada are 3 rubine, 4 smaralde și 4 diamante. Cora are 5 rubine, 6 smaralde și 3 diamante. Nela are 2 rubine, 2 smaralde și 5 diamante. Bunica lor asistă la următorul dialog:

- Cora: *-Eu am 75 de puncte.*
- Ada: *-Cora spune minciuni!*
- Nela: *-Eu nu am 66 de puncte.*
- Cora: *-Nela minte!*
- Ada: *-Eu nu am 69 de puncte.*
- Nela: *-Și Ada, și Cora spun minciuni!*

Știind că fiecare dintre fete fie minte pe tot parcursul discuției, fie spune adevărul pe tot parcursul discuției, aflați câte puncte valorează un diamant.

Problema 6

Care este numărul minim de unghiuri cu măsurile de 5° și 7° pe care le putem construi în jurul unui punct, știind că trebuie să desenăm cel puțin câte un unghi din fiecare și suma tuturor unghiurilor desenate este de 360° ?

Problema 7

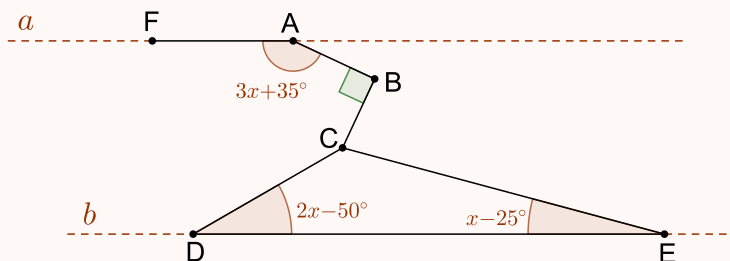
Considerăm mulțimea

$$A = \left\{ \frac{7 \cdot m + 2 \cdot n}{2 \cdot m + 7 \cdot n} \in \mathbb{N}^* \mid m, n \in \mathbb{N}^* \right\}.$$

Determinați suma elementelor mulțimii A .

Problema 8

În figura de mai jos se cunosc $a \parallel b$, $\angle FAB = 3 \cdot x + 35^\circ$, $\angle ABC = 90^\circ$, $\angle CDE = 2 \cdot x - 50^\circ$, $\angle CED = x - 25^\circ$. De asemenea, $(CD$ este semidreapta opusă bisectoarei unghiului $\angle BCE$. Determinați valoarea lui x .



Problema 9

În triunghiul PQR , punctul S se află pe latura QR . Se știe că

$$\angle QPS = \angle SPR, \quad PQ = PS = SR$$

Determinați măsura unghiului $\angle PRQ$.

Problema 10

Fie $\triangle ABC$ cu $AB = AC$. Construim în exterior un triunghi $\triangle ACD$ cu $AC = AD$, astfel încât punctele C și D sunt în același semiplan față de dreapta AB . Notăm cu E intersecția dreptelor AC și BD . Știind că $DC = DE$ și că măsura unghiului $\angle DEC = 73^\circ$, să se determine măsura unghiului $\angle BAC$.

Problema 11

Pentru un număr natural a vom nota cu $S(a)$ suma cifrelor lui a . Aflați pentru câte numere naturale a este verificată relația

$$a + S(S(S(a))) = 2026.$$

Problema 12

Se consideră m puncte în plan, astfel încât oricare trei puncte sunt necoliniare, cu excepția unui grup de exact patru puncte care sunt coliniare. Știind că numărul total de drepte determinate de ele este 40, aflați valoarea numărului m .

Problema 13

Fie $1 < m_1 < m_2 < \dots < m_p$, toate numerele naturale care au un număr impar de divizori naturali și care sunt divizori ai lui 2026^2 . Calculați suma

$$S = \frac{2026^2}{m_1} + \frac{2026^2}{m_2} + \dots + \frac{2026^2}{m_p}.$$

Problema 14

Aflați care este cel mai mare număr natural prin care se poate simplifica fracția

$$\frac{2^{5n+2} \cdot 3^{5n+3} + 7}{2^{5n+4} \cdot 3^{5n+2} + 6},$$

unde n este număr natural mai mare sau egal decât 2026.

Problema 15

Numărul $n = 2^a \cdot 3^b$ are 20 de divizori. Știind că $\frac{n}{9}$ are cu 8 divizori mai puțin decât numărul n , aflați numărul n .

Problema 16

Trei alergători A , B și C participă la o cursă de 100 m, fiecare alergând cu viteză constantă. Când A termină cursa, B se află la 10 m în spate, iar când B termină cursa, C se află la 10 m în spatele lui. Cu câți metri în spatele lui A se afla C , când A a terminat cursa?

Problemele 1-16: $16 \times 5p = 80p$

Puncte acordate din oficiu: $20p$

Total: $100p$

Timp de lucru: 3 ore