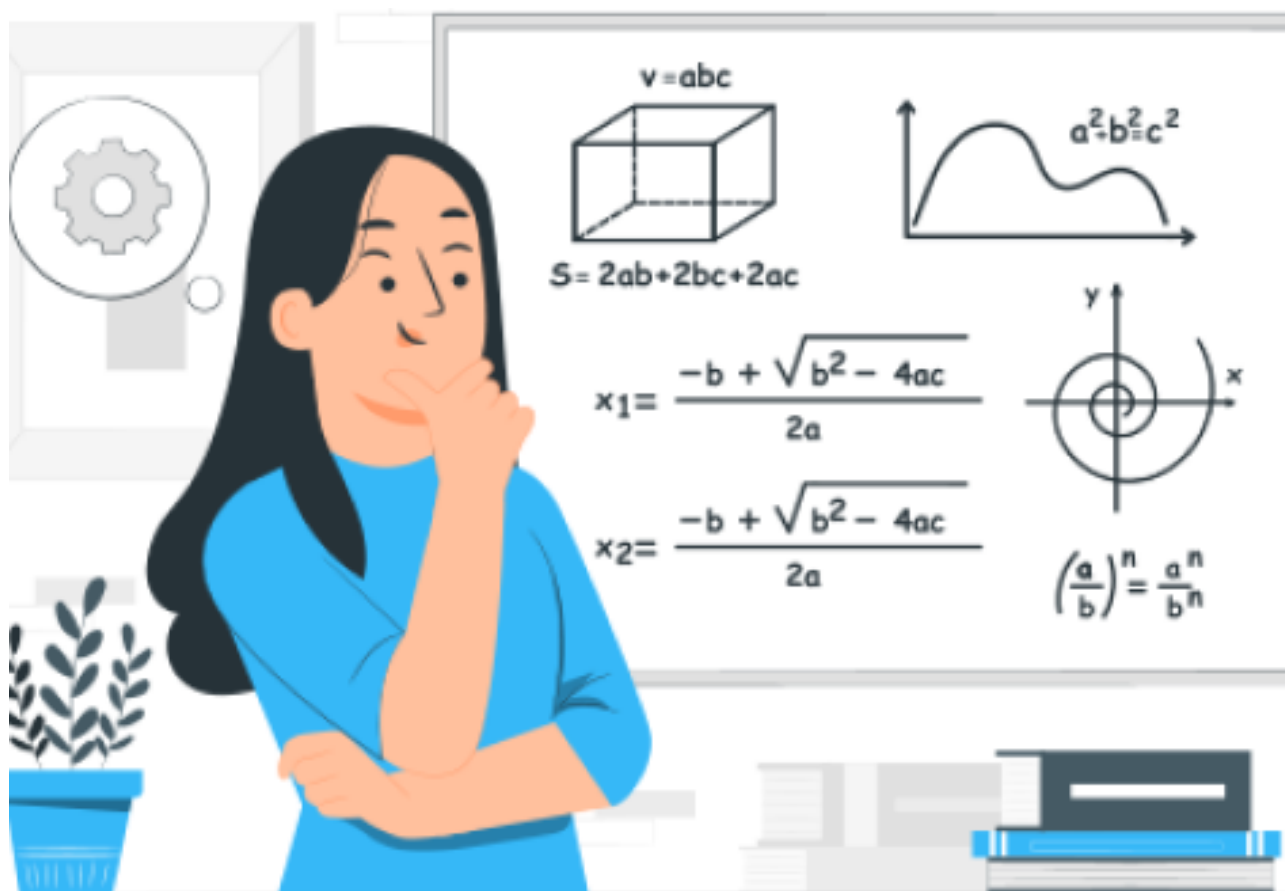




Concursul de matematică Upper.School Ediția 2025-2026

Etapa III
Clasa a VI-a

- Subiecte -
Lioara Ivanovici, George Ioan Stoica

§1 Subiecte

Problema 1

Rezolvați în mulțimea numerelor prime ecuația $2^m + 3^n + 2 \cdot r^2 = 7^p$.

Problema 2

Fie n un număr natural astfel încât $n + 1$ este divizibil cu 24. Demonstrați că suma tuturor divizorilor pozitivi ai lui n este divizibilă cu 24.

Problema 3

Se consideră triunghiul $\triangle ABC$ isoscel, cu $AB = AC$ și $\angle BAC = 80^\circ$. Fie punctele D pe latura (BC) și E pe latura (AC) , astfel încât $\angle CAD = \angle ABE = 30^\circ$. Notăm cu M intersecția dreptelor AD și BE . Arătați că $ME = MD$.

Problema 4

Pentru orice număr natural $k \geq 3$, notăm cu $s(k)$ suma tuturor resturilor obținute prin împărțirea lui k la numerele $1, 2, 3, \dots, k-1$. De exemplu,

$$s(9) = 0 + 1 + 0 + 1 + 4 + 3 + 2 + 1 = 12.$$

- a) Demonstrați că există o infinitate de numere naturale k astfel încât

$$s(k-1) < s(k).$$

- b) Demonstrați că există o infinitate de numere naturale k astfel încât

$$s(k-1) = s(k).$$

Problemele 1-4: $4 \times 7p = 28p$

Puncte acordate din oficiu: $0p$

Total: $28p$

Timp de lucru: 3 ore