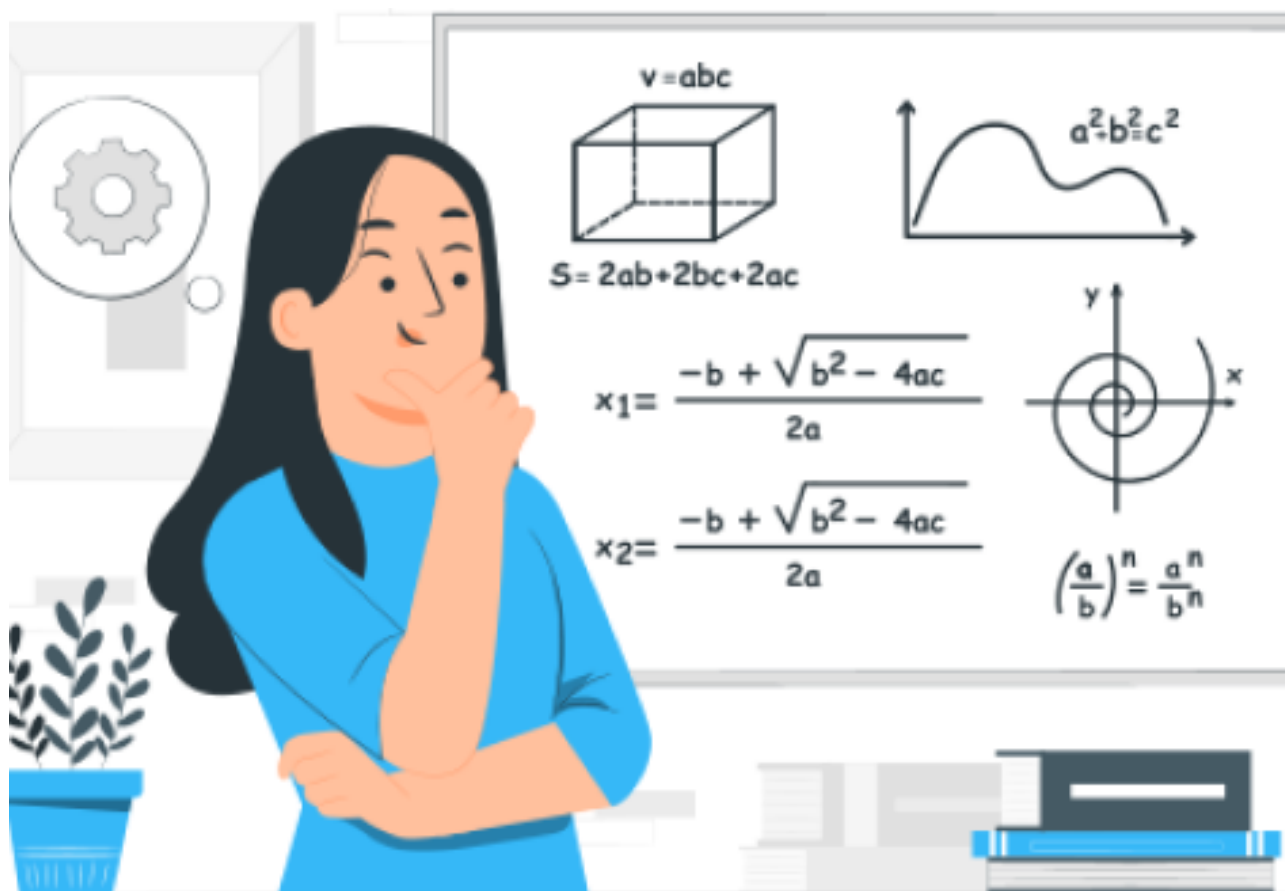




Concursul de matematică Upper.School Ediția 2025-2026

Etapa III
Clasa a VII-a

- Subiecte -
Ana Boianiu

sectionSubiecte

Problema 1

Determinați toate perechile de numere naturale (m, n) cu proprietatea că

$$\lfloor \sqrt{m} \rfloor + \lfloor \sqrt{n} \rfloor \text{ divide } m + n + 2 \cdot \lfloor \sqrt{m} \rfloor \cdot \lfloor \sqrt{n} \rfloor.$$

Am notat cu $\lfloor x \rfloor$ partea întreagă a numărului real x .

Problema 2

Fie ABC un triunghi cu $AB \neq AC$ și fie D și E proiecțiile vârfurilor B , respectiv C , pe bisectoarea interioară a unghiului $\angle BAC$. Dreptele BE și CD se intersectează în S .

- Demonstrați că S se află pe bisectoarea exterioară a unghiului $\angle BAC$.
- Demonstrați că simetricul lui A față de S se află pe BC .

Problema 3

Fie $n \geq 3$ un număr natural. Considerăm o tablă $n \times n$ în celulele căreia sunt scrise numere reale nenule. Se cunoaște că există un număr real k cu proprietatea că pentru orice număr m scris pe tablă, suma celorlalte $2n - 2$ numere situate în celulele de pe aceeași linie sau coloană cu acesta este egală cu $k \cdot m$. Aflați, în funcție de n , toate valorile posibile pentru k .

Problema 4

Fie $\triangle ABC$ un triunghi ascuțitunghic cu $AB \neq AC$ și P un punct în interiorul său cu proprietatea că $\angle PBC = \angle PAB$ și $\angle PCB = \angle PAC$. Paralela prin A la BC intersectează cercurile circumscrise triunghiurilor $\triangle APB$ și $\triangle APC$ în D , respectiv E .

- Demonstrați că $DE = 2BC$.
- Cercurile circumscrise triunghiurilor $\triangle DPE$ și $\triangle BPC$ se intersectează a doua oară în Q . Demonstrați că $QD = QE$.

Problemele 1-4: $4 \times 7p = 28p$

Puncte acordate din oficiu: $0p$

Total: $28p$

Timp de lucru: 4 ore