



Concursul de Matematică Upper.School Kids Ediția 2023-2024

Etapa I
Clasa a II-a

- Soluții -
Lioara Ivanovici

§1 Soluții

Problema 1

Rezultatul calculului

$$2 \times 0 \times 2 \times 4 + 20 + 24$$

este egal cu:

Demonstrație. $2 \times 0 \times 2 \times 4 + 20 + 24 = 0 + 20 + 24 = \boxed{44}$.

Răspuns corect (vezi soluția video aici): $\boxed{44}$ 5p



Problema 2

Câte numere naturale cuprinse între 30 și 90 au ultima cifră 2, 4 sau 8?

Demonstrație. Numerele căutate sunt cele care au cifra zecilor 3, 4, 5, 6, 7 sau 8, iar cifra unităților 2, 4 sau 8, adică sunt în total $3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = \boxed{18}$ numere.

Numerele sunt:

32, 34, 38

42, 44, 48

52, 54, 58

62, 64, 68

72, 74, 78

82, 84, 88.

Răspuns corect (vezi soluția video aici): $\boxed{18}$ 5p



Problema 3

Câte numere de două cifre au suma cifrelor egală cu 12?

Demonstrație. Numerele de două cifre care au suma cifrelor egală cu 12 sunt 39, 48, 57, 66, 75, 84 și 93, numărul lor fiind egal cu $\boxed{7}$.

Răspuns corect (vezi soluția video aici): $\boxed{7}$ 5p



Problema 4

De câte ori apare cifra 5 în scrierea numerelor de la 46 la 78?

Demonstrație. Numărăm de câte ori apare cifra 5 la unități, apoi la zeci.

- găsim cifra 5 pe poziția unităților la numerele 55, 65 și 75, în total de 3 ori;
- găsim cifra 5 pe poziția zecilor la numerele 50, 51, 52, ..., 59, în total de 10 ori.

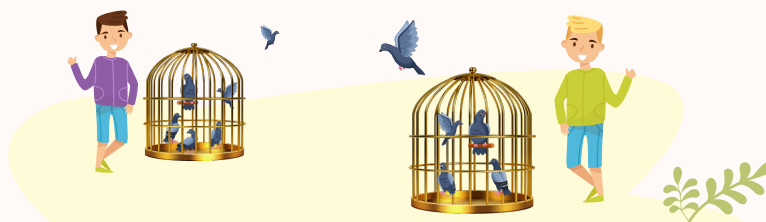
Numărul de apariții ale cifrei 5 în scrierea numerelor de la 46 la 78 este egal cu $3 + 10 = \boxed{13}$.

Răspuns corect (vezi soluția video aici): 5p



Problema 5

În colivia lui Dan sunt 8 porumbei, iar în colivia lui Andrei sunt cu 17 porumbei mai mult. 9 dintre porumbeii lui Andrei sunt voiajori și i-a trimis pe toți cu mesaje. Câți porumbei au rămas acum în colivia lui Andrei?



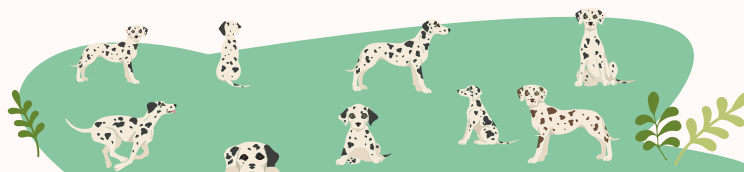
Demonstrație. În colivia lui Andrei sunt $17 + 8 = 25$ porumbei. După ce au plecat cei 9 porumbei voiajori, în colivia lui Andrei au rămas $25 - 9 = \boxed{16}$ porumbei.

Răspuns corect (vezi soluția video aici): 5p



Problema 6

Dintre cei 101 dalmațieni, 32 au pete doar pe urechea dreaptă, 21 au pete doar pe urechea stângă, 41 nu au nicio pată pe niciuna dintre urechi, iar ceilalți au pete pe ambele urechi. Câți dalmațieni au pete pe ambele urechi?



a) 6

b) 8

c) 9

d) 7

Demonstrație. Pentru a afla câți dalmațieni au pete pe ambele urechi vom scădea din numărul total pe cei care au pete pe o singură ureche și pe cei care nu au pete pe urechi.

$$101 - 32 - 21 - 41 = 7.$$

Numărul dalmațienilor care au pete pe ambele urechi este .

Răspuns corect (vezi soluția video aici): 5p



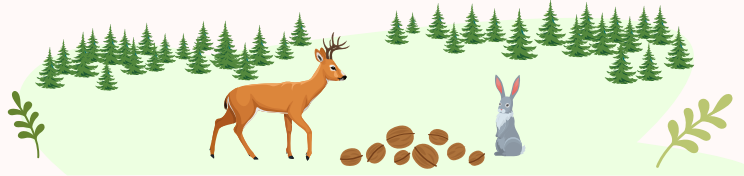
Problema 7

Lui Bocănilă îi place să adune castane toamna. La finalul unei zile Bambi îl întreabă câte castane a adunat. Bocănilă îi răspunde astfel:

"Adună toate numerele naturale de două cifre care au cifra unităților egală cu 5, iar cifra zecilor este mai mare decât cifra unităților și apoi, din rezultatul obținut, scade suma tuturor numerelor naturale de două cifre care au cifra zecilor egală cu 5, iar cifra unităților este mai mare decât cifra zecilor și vei afla astfel câte castane am adunat."

Câte castane a adunat Bocănilă?

Thomas Popescu, clasa a VII-a, Colegiul Național Gheorghe Lazăr, București



a) 91

b) 90

c) 100

d) 84

Demonstrație. Numerele naturale de două cifre care au cifra unităților egală cu 5, iar cifra zecilor este mai mare decât cifra unităților sunt 65, 75, 85 și 95, care au suma $65 + 75 + 85 + 95 = 320$. Numerele naturale de două cifre care au cifra zecilor egală cu 5, iar cifra unităților este mai mare decât cifra zecilor sunt 56, 57, 58 și 59 cu suma $56 + 57 + 58 + 59 = 230$. Numărul de castane adunate de Bocănilă este diferența acestor numere, adică $320 - 230 = \boxed{90}$.

Răspuns corect (vezi soluția video aici): b) 5p

Problema 8

Rezolvați problema din imaginea de mai jos:

$\square = \triangle - 9$
 $\circ = \triangle + 15$
 $\square = 29$
 $\square + \triangle + \circ = ?$

Demonstrație. Vom afla valoarea fiecărei figuri astfel:

- pătratul este 29;
- triunghiul este pătratul plus 9, adică $29 + 9 = 38$;
- cercul este triunghiul plus 15, deci $38 + 15 = 53$;
- suma celor 3 figuri este $29 + 38 + 53 = \boxed{120}$.

Răspuns corect (vezi soluția video aici): 120 5p

Problema 9

Suma a trei numere naturale nenule este 34. Care este suma succesorilor și predecesorilor celor trei numere?

- a) 31 b) 37 c) 64 d) 68

Demonstrație. Observăm că:

- Fiecare predecesor este cu 1 mai mic față de număr, deci suma celor 3 predecesori este cu 3 mai mică față de suma celor trei numere, adică este egală cu $34 - 3 = 31$.
- Fiecare succesori este cu 1 mai mare față de număr, deci suma celor 3 succesori este cu 3 mai mare față de suma celor trei numere, adică este egală cu $34 + 3 = 37$.

Suma succesorilor și predecesorilor celor trei numere este egală cu $31 + 37 = \boxed{68}$.

Răspuns corect (vezi soluția video aici): d) 5p

Problema 10

Care dintre numerele

8, 34, 18, 21, 27, 25

trebuie eliminate pentru ca suma numerelor rămase să fie egală cu 100?

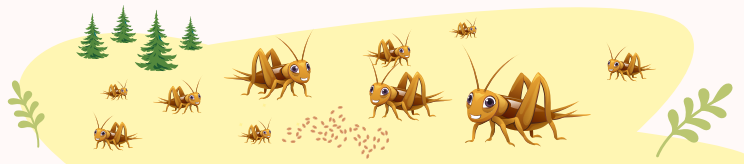
- a) 8 și 34 b) 18 și 21 c) 18 și 25 d) 8 și 25

Demonstrație. Suma celor 6 numere este $8 + 34 + 18 + 21 + 27 + 25 = 133$. Pentru a obține suma 100 este necesar să eliminăm numerele care au suma 33, iar singurele care respectă această condiție sunt 8 și 25.

Răspuns corect (vezi soluția video aici): d) 5p

Problema 11

Zece greieri au adunat în prima zi împreună 162 boabe de ovăz. A doua zi 5 dintre ei au adunat cu câte 10 boabe în plus fiecare față de ziua precedentă, iar ceilalți mai puțin cu câte 4 boabe fiecare față de ziua precedentă. Câte boabe de ovăz au adunat cei 10 greieri împreună în a doua zi?



- a) 192 b) 212 c) 168 d) 172

Demonstrație. În a doua zi greierii mai harnici au adunat împreună cu $10 + 10 + 10 + 10 + 10 = 50$ de boabe în plus față de ziua precedentă, iar cei mai puțin harnici au adunat împreună cu $4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 20$ de boabe mai puțin față de ziua precedentă. Numărul total de boabe pe care le-au adunat cei 10 greieri în a doua zi este $162 + 50 - 20 = \boxed{192}$.

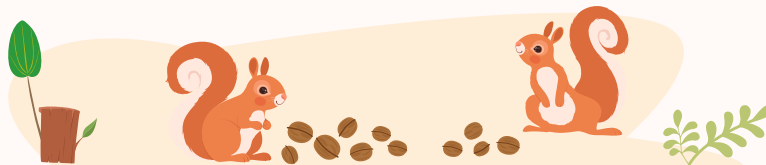
Răspuns corect (vezi soluția video aici): 5p



Problema 12

Veverița-Rița s-a împrietenit cu Veverița-Dița. Cele două veverițe adună ghinde pentru a avea provizii peste iarnă. La sfârșitul unei zile de muncă Veverița-Rița observă că a adunat mai multe ghinde decât Veverița-Dița și îi dă acesteia 17 ghinde pentru a avea același număr de ghinde. Cu câte ghinde avea mai mult Veverița-Rița față de Veverița-Dița?

Paul Mihai Dan, clasa a V-a, ICHB



Demonstrație. După ce Veverița-Rița îi dă ghinde Veveriței-Dița cele două au cantități egale. Înainte de asta, Veverița-Rița avea cu 17 ghinde mai mult decât acum, iar Veverița-Dița avea cu 17 ghinde mai puțin decât acum. Veverița-Rița avea în plus față de Veverița-Dița un număr de ghinde egal cu $17 + 17 = 34$.

Răspuns corect (vezi soluția video aici): 5p



Problema 13

După Crăciun, Andrei își numără banii din pușculiță și își cumpără cu o parte din aceștia o carte cu 145 RON și un joc cu 99 RON. Mai primește de la bunica lui 390 RON și constată că are 900 RON. Câți bani a avut inițial Andrei în pușculiță?



Demonstrație. Aflăm mai întâi câți bani avea Andrei înainte de a primi bani de la bunica lui.

$$900 - 390 = 510$$

Acest număr reprezintă suma de bani pe care o mai avea Andrei după ce a făcut cumpărăturile. Pentru a afla câți bani a avut inițial în pușculiță adunăm la această sumă banii pe care i-a cheltuit.

$$510 + 99 + 145 = 754.$$

La început Andrei a avut în pușculiță RON.

Răspuns corect (vezi soluția video aici): 5p



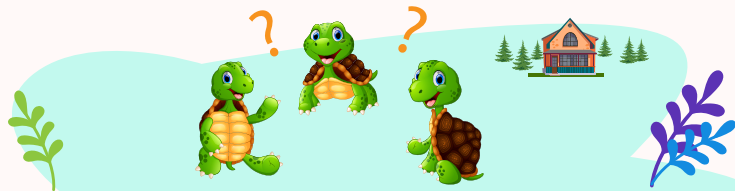
Problema 14

Trei broaște țestoase stau la taifas:

-Deși sunt cea mai tânără dintre voi, suma cifrelor numărului care reprezintă vârsta mea este 18, pe când, dacă adun cifrele numerelor care reprezintă vârstele voastre obțin 1 și 2.

-Interesant, deși vârstele noastre sunt 3 numere naturale consecutive.

Care este vârsta celei mai bătrâne dintre cele 3 broaște țestoase?



a) 100

b) 101

c) 102

d) 99

Demonstrație. Numerele care au suma cifrelor egală cu 1 sunt 10, 100, 1000, etc. Așadar, cea mai tânără dintre broaște are vârsta 9 sau 99 sau 999, etc, asta pentru că vorbim despre numere naturale consecutive. Singurul număr dintre acestea care are suma cifrelor 18 este 99. Prin urmare, vârstele celor 3 broaște sunt 99, 100 și 101, iar cea mai bătrână dintre ele are 101 ani.

Răspuns corect (vezi soluția video aici): b) 5p □

Problema 15

Albă ca Zăpada și cei șapte pitici ies la plimbare în pădure. Acolo se întâlnesc cu o bufniță înțeleaptă care le blochează calea, spunându-le că pot înainta doar dacă găsesc soluția unui joc care funcționează după următoarea regulă:

Pasul 1 : 0, 5, 10, 15

Pasul 2 : 1, 6, 11, 16

Pasul 3 : 2, 7, 12, 17

Pasul 4 : 3, 8, 13, 18

.....

Care este suma numerelor de la pasul 7?

Thomas Popescu, clasa a VII-a, Colegiul Național Gheorghe Lazăr, București



a) 60

b) 54

c) 58

d) 62

Demonstrație. Calculăm suma numerelor la fiecare pas și obținem

$$0 + 5 + 10 + 15 = 30$$

$$1 + 6 + 11 + 16 = 34$$

$$2 + 7 + 12 + 17 = 38$$

$$3 + 8 + 13 + 18 = 42.$$

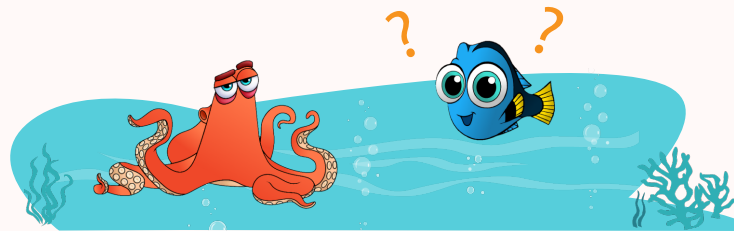
Aceste sume cresc din 4 în 4 pentru că, pe fiecare linie, fiecare număr este mărit cu 1. De la pasul 1 la pasul 7 suma inițială crește cu 4 de 6 ori, prin urmare, suma numerelor de la pasul 7 este $30 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 30 + 24 = 54$.

Răspuns corect (vezi soluția video aici): a) 5p
 b) 5p
 c) 5p
 d) 5p

Problema 16

Peștișorul uituc Dory a fost uimit, când a făcut cunoștință cu caracatița Hank, de numărul mare de tentacule pe care le are și a fost curios să afle câte sunt, însă Hank nu stă o clipă în loc și lui Dory îi este imposibil să le numere. În cele din urmă Hank i-a povestit că a avut un accident în tinerețe și nu mai are la fel de multe tentacule ca atunci când s-a născut. Numărul tentaculelor pe care le are acum este o cifră care poate fi scrisă în exact două moduri ca suma a 3 cifre impare. Câte tentacule are caracatița Hank?

Observație: Ordinea în care scriem termenii unei sume nu este importantă. Adică $6=1+2+3$ și $6=1+3+2$ reprezintă aceeași scriere.



- a) 3 b) 5 c) 7 d) 9

Demonstrație. Suma a 3 cifre impare este tot o cifră impară, așa încât vom căuta doar printre cifrele impare.

- cifra 1 poate fi scrisă într-un singur mod ca suma a 3 termeni, $1 = 1 + 0 + 0$, însă 0 este cifră pară;
- cifra 3 se poate scrie doar ca $3 = 1 + 1 + 1$, un al doilea mod nu există;
- cifra 5 poate fi scrisă într-un singur mod ca suma a 3 termeni, $5 = 1 + 1 + 3$;
- cifra 7 admite două scrieri distincte, $7 = 1 + 3 + 3$ și $7 = 1 + 1 + 5$;
- cifra 9 admite mai mult de două astfel de scrieri, $9 = 1 + 1 + 7$, $9 = 1 + 3 + 5$, $9 = 3 + 3 + 3$.

Singura cifră impară care verifică toate condițiile este 7, deci numărul tentaculelor ale caracatiței Hank este egal cu 7.

Răspuns corect (vezi soluția video aici): a) 5p
 b) 5p
 c) 5p
 d) 5p

□

Problemele 1-16:	$16 \times 5p = 80p$
Puncte acordate din oficiu:	$20p$
Total:	$100p$
Timp de lucru:	2 ore