



Concursul de Matematică Upper.School Kids Ediția 2023-2024

Etapa II
Clasa a II-a

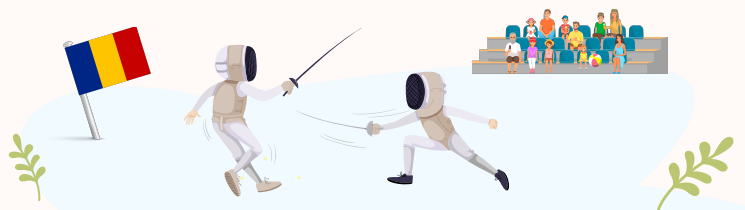
- Soluții -

Lioara Ivanovici, Cristina Frone, Dan Bichir

§1 Soluții

Problema 1

Echipa de scrimă a României are 30 de concurenți. Echipamentele lor sunt numerotate cu numere consecutive, începând de la 1. La sfârșitul concursului s-a observat că toți concurenții care au pe tricou un număr ce conține cel puțin o cifră de 1 au obținut măcar o victorie, în timp ce ceilalți nu au câștigat nicio partidă. Câți concurenți au obținut cel puțin o victorie?



a) 10

b) 12

c) 11

d) 21

Demonstrație.

Concurenții care au obținut cel puțin o victorie sunt cei care au scris pe tricou un număr care conține cifra 1. Numerele mai mici sau egale decât 30 care conțin cifra 1 sunt: 1, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19 și 21. Numărul concurenților care au obținut cel puțin o victorie este egal cu .

Răspuns corect (vezi soluția video aici): 5p

Problema 2

Scriem în ordine crescătoare toate numerele naturale formate din sute, zeci și unități folosind fiecare dintre cifrele 3, 8, 1 o singură dată. Care este al cincilea număr scris în ordine crescătoare?

Demonstrație.

Cu cele 3 cifre se pot forma 6 numere naturale de 3 cifre distincte. Scrise în ordine crescătoare acestea sunt $138 < 183 < 318 < 381 < 813 < 831$. Al cincilea număr scris în ordine crescătoare este .

Răspuns corect (vezi soluția video aici): 5p

Problema 3

Care este cel mai mare număr natural impar de 3 cifre care are produsul cifrelor egal cu 42?

Demonstrație.

Numărul 42 poate fi scris ca produs de 3 cifre în două moduri

- $42 = 2 \times 3 \times 7$
- $42 = 1 \times 6 \times 7$.

Cu aceste cifre se pot forma 12 numere, iar cel mai mare dintre acestea care este și impar este numărul $\boxed{761}$.

Răspuns corect (vezi soluția video aici): $\boxed{761}$ 5p



Problema 4

Po Panda și cei 10 prieteni ai săi se pregătesc pentru o aventură specială. La început, fiecare prieten a primit 10 obiecte speciale pentru a le folosi în lupta cu inamicul. Po, folosindu-și puterile de Kung Fu Panda, decide să ajute și să dea câte 6 obiecte în plus la 5 dintre prietenii săi, iar celorlalți 5 le dă în plus câte 4 obiecte. Câte obiecte dețin în total cei 10 prieteni ai lui Po după ajutorul oferit?



Demonstrație.

- Inițial, fiecare dintre cei 10 prieteni a primit câte 10 obiecte, ceea ce înseamnă $10 \times 10 = 100$ de obiecte în total.
- 5 prieteni primesc fiecare câte 6 obiecte în plus, adăugând la total $5 \times 6 = 30$ de obiecte.
- Ceilați 5 prieteni primesc fiecare câte 4 obiecte în plus, adăugând la total $5 \times 4 = 20$ de obiecte.

Cei 10 amici ai lui Po dețin în total $100 + 30 + 20 = \boxed{150}$ de obiecte.

Răspuns corect (vezi soluția video aici): $\boxed{150}$ 5p



Problema 5

Pe strada mea casele sunt numerotate cu numere pare consecutive pe o parte a străzii și cu numere impare consecutive pe partea cealaltă. Eu locuiesc la numărul 12. Care este suma numerelor celor două case care îmi sunt vecine în stânga și în dreapta?



Demonstrație.

Casele vecine au numere pare consecutive cu 12, una dintre ele are numărul mai mic și cealaltă are numărul mai mare. Acestea sunt 10 și 14, iar suma lor este $10 + 14 = \boxed{24}$.

Răspuns corect (vezi soluția video aici): $\boxed{24}$ 5p



Problema 6

Cele 3 maimuțe pofticioase, Mai, Bon și Dori au mâncat împreună 796 de banane într-o săptămână. În acea săptămână, Mai a mâncat un număr de banane egal cu succesorul lui 301, iar Bon a mâncat un număr de banane egal cu dublul lui 166. Câte banane a mâncat Dori în acea săptămână?



Demonstrație.

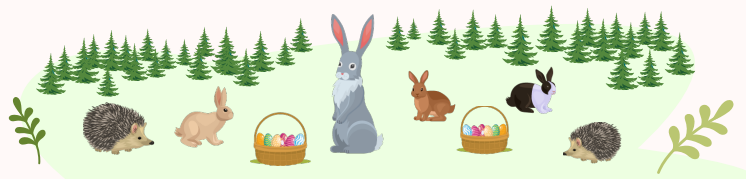
Mai a mâncat 302 banane, Bon a mâncat $166 \times 2 = 332$ banane. Pentru a afla câte banane a mâncat Dori vom scădea din total câte banane au mâncat celelalte două maimuțe. Astfel, $796 - 302 - 332 = 162$, deci numărul bananelor mâncate de Dori în acea săptămână este egal cu 162.

Răspuns corect (vezi soluția video aici): 162 5p



Problema 7

Iepurașul Bocănilă și prietenii săi pregătesc 10 coșulețe cu ouă de ciocolată pentru arici. La un moment dat, Pufoșilă observă că nu toate coșulețele au același număr de ouă: în 6 dintre ele sunt cu câte 5 ouă mai multe decât în celelalte coșulețe. Care este cel mai mic număr de ouă pe care trebuie să le mute iepurașii din coșulețele mai pline în cele mai puțin pline pentru ca, în final, toate coșulețele să aibă același număr de ouă de ciocolată?



a) 30

b) 24

c) 12

d) 18

Demonstrație.

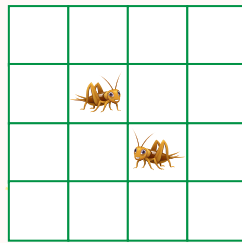
În total, în coșulețele care conțin mai multe ouă, sunt în plus față de celelalte coșuri $6 \times 5 = 30$ de ouă. Acestea trebuie împărțite în mod egal în cele 10 coșulețe, deci în cele care sunt mai puțin pline trebuie să mai adăugăm încă 3 ouă în fiecare pentru că cele 30 de ouă care sunt în plus se împart în mod egal în 10 coșulețe și $30 : 10 = 3$. Numărul de ouă pe care trebuie să le mutăm din coșulețele mai pline în cele 4 coșulețe mai puțin pline este $3 \times 4 =$ 12.

Răspuns corect (vezi soluția video aici): c 5p



Problema 8

Câte pătrate din figura următoare conțin ambele lăcuste?



a) 5

b) 6

c) 7

d) 8

Demonstrație.

Pătratele pe care le numărăm trebuie să conțină ambele lăcuste. Acestea sunt conținute de un pătrat cu latura 2, de 4 pătrate cu latura 3 și pătratul mare care are latura 4. Numărul total al acestora este $1 + 4 + 1 = 6$.

Răspuns corect (vezi soluția video aici): b) 5p

Problema 9

Într-o vază sunt 15 lalele, iar în alta sunt 27 de frezii. Magicianul execută o magie secretă, iar numărul florilor din fiecare vază crește astfel încât numărul lalelelor devine dublul numărului de frezii. Ce magie a făcut magicianul?



a) Adaugă 15 lalele și 3 frezii.

b) Adaugă 19 lalele și 3 frezii.

c) Adaugă 20 lalele și 5 frezii.

d) Adaugă 47 lalele și 4 frezii.

Demonstrație.

Vom verifica pe rând fiecare variantă și în acest mod aflăm care este varianta corectă.

- $15 + 15 = 30$ lalele și $27 + 3 = 30$ frezii, deci numărul de lalele este egal cu numărul de frezii;
- $15 + 19 = 34$ lalele și $27 + 3 = 30$ frezii, deci numărul de lalele nu este egal cu dublul numărul de frezii;
- $15 + 20 = 35$ lalele și $27 + 5 = 32$ frezii, deci numărul de lalele este nu este egal cu dublul numărul de frezii;
- $15 + 47 = 62$ lalele și $27 + 4 = 31$ frezii și în acest caz $62 = 31 \times 2$, deci aceasta este varianta corectă.

Numărul lalelelor este egal cu dublul numărului de frezii atunci când Magicianul face magia de la varianta d).

Răspuns corect (vezi soluția video aici): d) 5p



Problema 10

Ana și Bianca își ajută bunica să planteze flori în grădina din fața casei. După o zi de muncă, ele observă că atât Ana, cât și Bianca au plantat fiecare același număr de flori. În mod interesant, bunica a plantat un număr de flori egal cu cel mai mare număr impar de două cifre care are cifra zecilor 5. Având în vedere că, împreună, fetele și bunica au plantat în acea zi 77 de flori, câte flori a plantat Ana?



a) 9

b) 7

c) 12

d) 59

Demonstrație.

Cel mai mare număr natural impar de două cifre care are cifra zecilor egală cu 5 este 59, deci bunica a plantat 59 de flori. Pentru a afla câte flori au plantat împreună cele două fete vom scădea din totalul de flori pe cele plantate de bunica, adică $77 - 59 = 18$. Cum fiecare dintre cele două fete a plantat același număr de flori, înseamnă că numărul florilor plantate de Ana este egal cu $18 : 2 = 9$.

Răspuns corect (vezi soluția video aici): a) 5p



Problema 11

Data de 8 ianuarie dintr-un anumit an este într-o zi de sâmbătă. Care este data ultimei duminici din luna ianuarie a acelui an?

a) 30

b) 31

c) 29

d) 28

Demonstrație.

Ziua de 9 ianuarie este duminică și următoarele zile de duminică sunt peste 7, 14, respectiv 21 de zile, deci ultima duminică din luna ianuarie a acelui an va fi în data de $9 + 21 = 30$.

Răspuns corect (vezi soluția video aici): a) 5p



Problema 12

Pentru câte numere naturale de două cifre este adevărată următoarea afirmație?

„Dacă se șterge cifra zecilor, rezultatul este un număr mai mare decât 8.”

a) 19

b) 12

c) 9

d) 10

Demonstrație.

Când se șterge cifra zecilor numărul rămas, care este efectiv cifra unităților, trebuie să fie mai mare decât 8. Aceasta înseamnă că cifra unităților trebuie să fie 9, fiind singura cifră care este mai mare decât 8. Numerele care verifică această proprietate sunt 19, 29, 39, \dots , 99, adică $\boxed{9}$ numere.

Răspuns corect (vezi soluția video aici): \boxed{c} 5p

Problema 13

Deschizând o carte la jumătate observ că suma numerelor de pe cele două pagini este 61. Câte pagini are cartea?



Demonstrație.

Cele două pagini pe care le vedem sunt numerotate cu numere consecutive și acestea sunt 30 și 31. O carte are un număr par de pagini pentru că fiecare filă are două pagini, deci cartea are $30 \times 2 = \boxed{60}$ de pagini.

Răspuns corect (vezi soluția video aici): $\boxed{60}$ 5p

Problema 14

Într-o zi frumoasă de primăvară, Andrei, Bianca și Cristi au ieșit în parc să se plimbe cu rolele. După ce au obosit, au făcut o pauză să-și cumpere de mâncare.

- Dacă vom cumpăra 3 banane și 5 hotdogi, ar trebui să plătim 80 de lei, spune Bianca.
- Dacă vom cumpăra 5 banane și 5 hotdogi ar trebui să plătim 90 de lei, spune Cristi.
- Eu îmi voi cumpăra doar un hotdog, spune Andrei.

Cât trebuie să plătească Andrei pentru un hotdog?



Demonstrație.

3 banane 5 hotdogi 80 lei

5 banane 5 hotdogi 90 lei

Observăm că două banane costă $90 - 80 = 10$ lei, deci o banană costă $10 : 2 = 5$ lei. Atunci 3 banane costă $3 \times 5 = 15$ lei și din afirmația Biancăi obținem că 5 hotdogi costă $80 - 15 = 65$ lei. Deci, un hotdog costă $65 : 5 = 13$ lei. Pentru un hotdog Andrei va plăti 13 lei.

Răspuns corect (vezi soluția video aici): 13 5p



Problema 15

Ștrumful cu ochelari a scris 4 numere naturale consecutive de câte două cifre în ordine crescătoare. Peste noapte a venit un troll și a șters cel mai mare dintre aceste numere, iar apoi a schimbat cifrele cu simboluri, lăsând această listă:

♥♦, ♣♠, ♣♥.

Care este numărul care a fost șters de troll?

a) ♣♦

b) ♥♥

c) ♥♦

d) ♣♣

Demonstrație.

Pentru că prima cifră de la primul număr nu coincide cu prima cifră de la al doilea număr, înseamnă că are loc trecere peste ordin și $♦ = 9$, iar $♠ = 0$. Mai observăm că $♥ = 1$, deci $♣ = 2$. Cele trei numere care sunt scrise sunt 19, 20 și 21, deci urmează 22, adică numărul care a fost șters este ♣♣.

Răspuns corect (vezi soluția video aici): d 5p



Problema 16

În Ținutul Păsărilor Înțelepte, sub clar de lună, la o masă rotundă, bufnițele și 5 vulturi s-au adunat pentru o cină misterioasă. Printre bufnițe, trei sunt recunoscute pentru înțelepciunea lor și, conform tradiției străvechi, acestea trei sunt întotdeauna invitate la adunare și vor sta mereu una lângă alta pentru a veghea cunoașterea. Celelalte bufnițe nu sunt obligate să respecte această regulă și pot sta oriunde la masă. Vulturii, simboluri ale puterii și curajului, sunt cunoscuți pentru preferința lor de a-și păstra distanța și nu se așează la masă direct unul lângă altul. Care este numărul minim de bufnițe necesar pentru ca toți participanții să poată sta la masă, respectând aceste reguli străvechi ale adunării?

*Demonstrație.*

Fiecare vultur are în stânga și în dreapta câte o bufniță. Numărând de la cele 3 bufnițe care stau una lângă alta, pentru a obține cel mai mic număr de bufnițe, alternăm pasărilor bufniță-vultur-bufniță-.... și numărăm în pereche de la stânga la dreapta: pentru fiecare vultur câte o bufniță, iar în capăt mai sunt două dintre cele trei bufnițe care sunt așezate una lângă alta (pe prima o numărăm în pereche cu primul vultur). Cel mai mic număr de bufnițe care stau la masă este $\boxed{7}$.

Răspuns corect (vezi soluția video aici): $\boxed{7}$ 5p

□

Problemele 1-16: $16 \times 5p = 80p$

Puncte acordate din oficiu: 20p

Total: 100p

Timp de lucru: 2 ore