



Concursul de Matematică Upper.School Kids Ediția 2023-2024

Etapa II
Clasa a IV-a

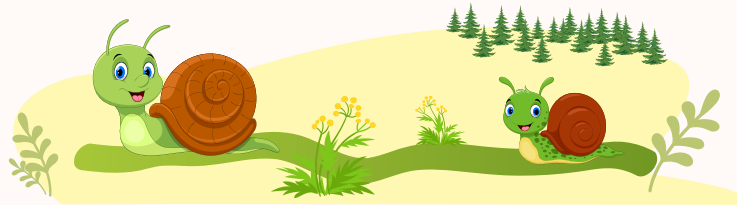
- Soluții -

Lioara Ivanovici, Cristina Frone, Dan Bichir

§1 Soluții

Problema 1

Melcușorul Bimbo și mama sa pornesc în același timp într-o călătorie plină de aventură. Bimbo se deplasează de două ori mai încet decât mama sa. Dacă mama merge neîntrerupt timp de 60 de secunde și apoi se oprește să-l aștepte pe Bimbo, cât timp va petrece mama așteptându-l pe Bimbo să ajungă la ea?



- a) 1 minut
- b) 1 minut și 30 secunde
- c) 2 minute
- d) 3 minute

Demonstrație.

Cum Bimbo merge de două ori mai încet decât mama lui, înseamnă că orice distanță parcursă de aceasta va fi parcursă în timp dublu de către Bimbo. Deci, distanța parcursă de către mama lui Bimbo în 60 de secunde va fi parcursă de Bimbo în $2 \times 60 = 120$ de secunde. Însă, Bimbo merge și el în același timp cu mama sa, adică în cele 60 de secunde cât timp merge mama, parcurge și el o bucată din drum. Până să o ajungă pe mama lui i-au mai rămas $120 - 60 = 60$ de secunde, adică încă **1 minut**.

Răspuns corect (vezi soluția video aici): a) 5p

Problema 2

Jetoanele unui joc sunt numerotate de la 15 la 46. Se formează perechi cu suma numerelor 61. Câte astfel de perechi se pot forma folosind toate jetoanele?



Demonstrație.

De la 15 la 46 inclusiv sunt $46 - 14 = 32$ numere naturale, adică $32 : 2 = 16$ perechi. Pentru a obține suma 61 le grupăm astfel: $15 + 46 = 16 + 45 = 17 + 44 = \dots = 30 + 31 = 61$. În fiecare pereche numărul mai mic crește cu o unitate, iar numărul mai mare scade cu o unitate, deci suma celor două numere rămâne constantă. Numărul perechilor de jetoane care au suma egală cu 61 este **16**.

Răspuns corect (vezi soluția video aici): 16 5p

Problema 3

La o vânătoare de comori trei echipe au avut de parcurs trasee identice care ascundeau același număr de comori. Echipa roșie a descoperit 16 comori, care reprezintă jumătate din numărul total de comori. Echipa galbenă a descoperit cu 12 mai mult decât un sfert din numărul total de comori. Echipa albastră a descoperit cu 4 mai puține decât suma comorilor găsite de primele două echipe. Câte comori a descoperit echipa albastră?

Demonstrație.

- Echipa roșie descoperă 16 comori, care reprezintă jumătate din numărul total, deci numărul total de comori este $16 \times 2 = 32$.
- Pentru a afla câte comori a descoperit echipa galbenă vom calcula sfertul numărului total, adică $32 : 4 = 8$ și mărim rezultatul cu 12. Așadar, echipa galbenă a găsit $8 + 12 = 20$ comori.
- Primele două echipe au găsit împreună $16 + 20 = 36$ de comori, iar echipa albastră cu 4 mai puțin decât numărul comorilor găsite de celelalte două echipe împreună, adică $36 - 4 = \boxed{32}$.

Răspuns corect (vezi soluția video aici): $\boxed{32}$ 5p □

Problema 4

Determinați numărul natural n pentru care

$$2 \times \{59 + 5 \times [10 + 10 \times (12 + n : 2)]\} + 6 = 2024.$$

Demonstrație.

$$\begin{aligned} 2 \times \{59 + 5 \times [10 + 10 \times (12 + n : 2)]\} + 6 &= 2024 \\ 2 \times \{59 + 5 \times [10 + 10 \times (12 + n : 2)]\} &= 2024 - 6 \\ 2 \times \{59 + 5 \times [10 + 10 \times (12 + n : 2)]\} &= 2018 \\ 59 + 5 \times [10 + 10 \times (12 + n : 2)] &= 2018 : 2 \\ 59 + 5 \times [10 + 10 \times (12 + n : 2)] &= 1009 \\ 5 \times [10 + 10 \times (12 + n : 2)] &= 1009 - 59 \\ 5 \times [10 + 10 \times (12 + n : 2)] &= 950 \\ 10 + 10 \times (12 + n : 2) &= 950 : 5 \\ 10 + 10 \times (12 + n : 2) &= 190 \\ 10 \times (12 + n : 2) &= 190 - 10 \\ 10 \times (12 + n : 2) &= 180 \\ 12 + n : 2 &= 180 : 10 \\ 12 + n : 2 &= 18 \\ n : 2 &= 18 - 12 \end{aligned}$$

$$n : 2 = 6$$

$$n = 2 \times 6$$

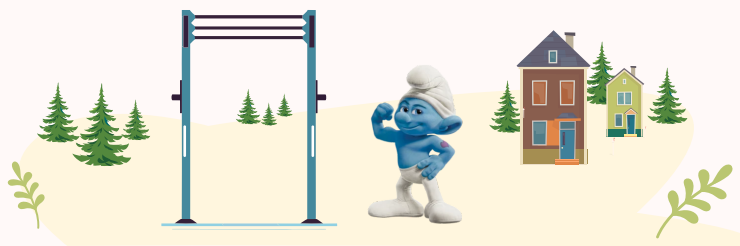
$$\boxed{n = 12}.$$

Răspuns corect (vezi soluția video aici): $\boxed{12}$ 5p



Problema 5

Ștrumul-voinic își propune ca într-o serie de 5 zile consecutive să facă tracțiuni la bară. În fiecare zi, începând cu a doua, el face cu 10 tracțiuni mai multe față de ziua precedentă. Știind că în a doua și în a treia zi a făcut în total 90 de tracțiuni, aflați câte tracțiuni a făcut Ștrumul-voinic în cele 5 zile în total.



Demonstrație.

În a doua și în a treia zi a făcut în total de două ori numărul de tracțiuni din a doua zi plus încă 10, deci în a doua zi a făcut $(90 - 10) : 2 = 40$ de tracțiuni la bară. Prin urmare, seria de tracțiuni este 30, 40, 50, 60 și 70, în total $30 + 40 + 50 + 60 + 70 = \boxed{250}$.

Răspuns corect (vezi soluția video aici): $\boxed{250}$ 5p



Problema 6

Pentru Marea Întâlnire Anuală a Ștrumfilor Inteligenți, Ștrumul cu Ochelari a tradus fiecare dintre cele 576 de legende din lumea întreagă fie în ștrumfită, fie în română, fie în ambele limbi. Din păcate, motanul Azrael i-a furat ochelarii înainte să apuce să numere câte povești a tradus în română. Chiar și așa, Ștrumul cu Ochelari își amintește că a tradus 437 de legende în ștrumfită și 132 de legende în ambele limbi. Câte legende a tradus Ștrumul cu Ochelari în română?

Thomas Popescu, clasa a VII-a, Colegiul Național Gheorghe Lazăr, București

Demonstrație.

Aflăm mai întâi câte povești au fost traduse doar în ștrumfită. Din numărul total al poveștilor traduse în ștrumfită, scădem pe cele care au fost traduse în ambele limbi și obținem $437 - 132 = 305$ povești traduse doar în ștrumfită. Cum fiecare poveste a fost tradusă în cel puțin o limbă, dacă scădem din numărul total al poveștilor numărul celor traduse doar în ștrumfită, vom obține numărul poveștilor traduse în română. Așadar, $576 - 305 = \boxed{271}$ povești au fost traduse în limba română.

Răspuns corect (vezi soluția video aici): $\boxed{271}$ 5p

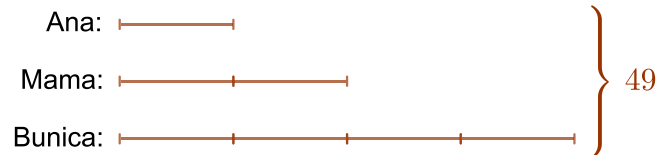


Problema 7

Ana pictează împreună cu mama și bunica ouă de Paște pline de culoare și veselie. Ea pictează jumătate din numărul de ouă pe care le-a pictat mama ei și un sfert din numărul celor pictate de bunica. Știind că toate trei au pictat 49 de ouă, câte ouă a pictat Ana?

Demonstrație.

Mama pictează un număr dublu de ouă față de Ana, iar bunica pictează de 4 ori mai multe ouă decât Ana. Am reprezentat cu un segment numărul de ouă pictate de Ana, cu două segmente egale numărul de ouă pictate de mama și cu 4 segmente egale numărul de ouă pictate de bunica.



În total sunt 7 segmente egale care înseamnă totalul de 49, deci un segment este $49 : 7 = 7$. Numărul de ouă pictate de Ana este $\boxed{7}$.

Răspuns corect (vezi soluția video aici): $\boxed{7}$ 5p

Problema 8

La o masă rotundă, Brainy Ștrumpf observă că este al doisprezecelea dacă începe numărătoarea de la Papa Ștrumpf spre stânga lui și tot al doisprezecelea dacă începe numărătoarea de la Papa Ștrumpf spre dreapta lui. Câți ștrumfi sunt la masă?

- a) 22 b) 23 c) 18 d) 20

Demonstrație.

Între Brainy Ștrumpf și Papa Ștrumpf sunt câte 10 ștrumfi atât numărând de la stânga, cât și de la dreapta. La aceștia se mai adaugă cei doi. Brainy și Papa. Numărul total al ștrumfilor de la masă este $10 + 10 + 2 = \boxed{22}$.

Răspuns corect (vezi soluția video aici): $\boxed{a)}$ 5p

Problema 9

Sub soarele strălucitor, echipele de pitici, conduse de Înțeleptul și Morocănosul, pornesc într-o cursă contra timpului pentru a aduna diamante strălucitoare pe care să i le ofere Albei ca Zăpada. Echipa piticilor condusă de Înțeleptul adună 80 de diamante într-o oră, în timp ce echipa condusă de Morocănosul reușește să adune doar 60 de diamante într-o oră. În câte minute reușesc cele două echipe să adune împreună 56 de diamante?



a) 36

b) 30

c) 12

d) 24

Demonstrație.

Aplicăm metoda reducerii la unitate, dar pentru că 80 nu se împarte exact la 60 vom căuta numere la care se împart exact și 80 și 60.

Echipa condusă de Înțeleptul găsește 8 diamante în 6 minute, așa cum se vede din graficul următor.

80 diamante 60 minute

8 diamante 6 minute

Echipa condusă de Morocănosul găsește 6 diamante în 6 minute, așa cum se vede din graficul următor.

60 diamante 60 minute

6 diamante 6 minute

În 6 minute cele două echipe adună $8 + 6 = 14$ diamante. Cum $56 : 14 = 4$ înseamnă că e nevoie de 4 intervale a câte 6 minute. Pentru a aduna 56 de diamante, piticii au nevoie de $4 \times 6 = \boxed{24}$ de minute.

Răspuns corect (vezi soluția video aici): d) 5p

Problema 10

Dintr-un teanc de 14 cărți de joc, numerotate de la 1 la 14, fiecare dintre cei 4 copii extrage câte 3 cărți. Câștigă jucătorul care are suma numerelor de pe cărțile extrase cea mai apropiată de 30.

- Andreea a extras cărțile cu numerele 14, 10 și 9.
- Bogdan arată cărțile cu numerele 6, 11 și 12.
- Cornel nu vrea să arate încă ce cărți a extras.
- Daniela, enigmatică, arată doar două dintre cărțile extrase, cele cu numerele 7 și 5.

Cine a câștigat?



- a) Andreea b) Bogdan c) Cornel d) Daniela

Demonstrație.

- Andreea are un total de $14 + 10 + 9 = 33$, care este la diferența 3 față de 30;
- Bogdan are un total de $6 + 11 + 12 = 29$, care este la diferența 1 față de 30, adică foarte aproape;
- Chiar dacă ar extrage cele mai mari cărți rămase, Cornel ar obține maxim $13 + 8 + 4 = 25$ și este mai departe de 30 față de ceilalți copii;
- În cel mai fericit caz, Daniela ar putea să extragă cartea cu numărul 13 pe lângă cele două pe care le arată și ar obține un total de $7 + 5 + 13 = 25$, care este la diferența 5 față de 30.

În concluzie, câștigătorul este Bogdan.

Răspuns corect (vezi soluția video [aici](#)): b) 5p □

Problema 11

La marginea pădurii, Mara, o zână pasionată de frumos, își organizează perlele magice în 11 cutii fermecate. Fiecare cutie ascunde cel puțin o perlă, opt dintre ele ascund cel puțin două perle, șase cutii conțin cel puțin 4 perle, iar două cutii conțin cel puțin 5 perle. Care este cel mai mic număr de perle pe care îl are Mara în colecția sa?



- a) 33 b) 30 c) 45 d) 29

Demonstrație.

Pentru cutiile care conțin cel puțin 5 perle este adevărată și afirmația *conțin cel puțin 4 perle*, la fel se întâmplă și în celelalte situații. Pentru a obține numărul minim de perle trebuie ca fiecare *cel puțin* să devină *egal*. Astfel:

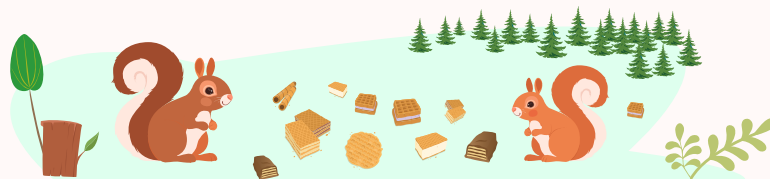
- două cutii au exact 5 perle, deci avem $2 \times 5 = 10$ perle;
- din cutiile cu cel puțin 4 perle le dăm deoparte pe cele cu cel puțin 5 perle și mai rămân $6 - 2 = 4$ cutii care au exact 4 perle fiecare, deci un total de $4 \times 4 = 16$ perle;
- din cutiile cu cel puțin 2 perle le dăm deoparte pe cele cu cel puțin 4 perle și mai rămân $8 - 6 = 2$ cutii care au exact 2 perle fiecare, deci un total de $2 \times 2 = 4$ perle;
- din cutiile cu cel puțin o perlă le dăm deoparte pe cele cu cel puțin 2 perle și mai rămân $11 - 8 = 3$ cutii care au exact o perlă fiecare, deci un total de $3 \times 1 = 3$ perle.

Cel mai mic număr de perle pe care îl poate avea Mara este $10 + 16 + 4 + 3 = \boxed{33}$.

Răspuns corect (vezi soluția video aici): a) 5p

Problema 12

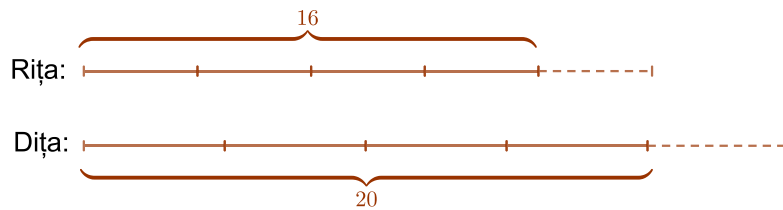
La marginea unei păduri trăiesc veverițele Rița și Dița, pasionate de aventuri și de napolitane, dar cu preferințe diferite pentru arome. Fiecare are propriul pachet de napolitane și mănâncă din el o cincime. După această mică gustare, Rița rămâne cu 16 napolitane, iar Dița cu 20. Câte napolitane au avut cele două veverițe împreună înainte de a începe să mănânce?



- a) 45 b) 40 c) 35 d) 42

Demonstrație.

Am reprezentat prin câte 5 segmente egale numărul de napolitane pe care le are fiecare verișă inițial. După ce mănâncă fiecare câte o cincime din numărul de napolitane mai rămân 4 părți egale pentru fiecare.



La Rița un segment valorează $16 : 4 = 4$ napolitane, deci ea a avut inițial $4 \times 5 = 20$ napolitane, iar la Dița un segment valorează $20 : 4 = 5$ napolitane, deci ea a avut inițial $5 \times 5 = 25$ napolitane. Împreună, cele două verișe au avut inițial un număr de napolitane egal cu $20 + 25 = \boxed{45}$.

Răspuns corect (vezi soluția video aici): 5p

Problema 13

Numerele A și B sunt numere consecutive, $A < B$, fiecare fiind scris cu câte 3 cifre. Suma cifrelor numărului A este 17, iar suma cifrelor numărului B este 9. Care este cea mai mare valoare pe care o poate lua numărul A ?

Demonstrație.

Două numere consecutive se pot scrie ca A și $A + 1$. Dacă ultima cifră a numărului A nu este 9, atunci $A + 1$ are ultima cifră mai mare cu 1 față de ultima cifră a numărului A , iar cifrele zecilor și sutelor sunt aceleași, deci suma cifrelor numărului $A + 1$ este cu 1 mai mare decât suma cifrelor numărului A , ori asta nu convine. Prin urmare, ultima cifră a numărului A este 9 și ultima cifră a lui B este 0. Suma dintre cifra zecilor și sutelor ale numărului A este $17 - 9 = 8$, iar ca A să ia cea mai mare valoare trebuie ca cifra sutelor să fie cât mai mare, adică 8. Pentru $A = 809$ suma cifrelor este $8 + 0 + 9 = 17$, iar consecutivul lui este 810 cu suma cifrelor $8 + 1 + 0 = 9$. Cea mai mare valoare pe care o poate lua A este .

Răspuns corect (vezi soluția video aici): 5p

Problema 14

În Grădina Numerelor Magice, nouă ștrumfi isteți au primit sarcina specială de a așeza cifrele de la 1 la 9 pe o potecă strălucitoare pentru a scrie un cod care va aduce primăvara. Ei trebuie să respecte vechile legi ale grădinii care cer ca:

- 1) atunci când se adună cifra 1 cu cifra 2 și cu cifrele care se află între ele pe potecă, se obține suma 9;
- 2) atunci când se adună cifra 2 cu cifra 3 și cu cifrele care se află între ele pe potecă, se obține suma 19;
- 3) atunci când se adună cifra 3 cu cifra 4 și cu cifrele care se află între ele pe potecă, se obține suma 45;
- 4) atunci când se adună cifra 4 cu cifra 5 și cu cifrele care se află între ele pe potecă, se obține suma 18;
- 5) prima cifră a codului trebuie să fie mai mică decât ultima cifră a sa.

Care este codul pe care trebuie să îl scrie ștrumfi?



Demonstrație. Informațiile pe care le avem despre poziționarea cifrelor în cod nu sunt de folos în ordinea în care sunt scrise. Este necesar să le citim pe toate cu atenție, să aflăm care pot fi numerele dintre capetele care sunt descrise în legi și să căutăm varianta cu soluție unică.

- Conform legii 3) între cifrele 3 și 4 se află toate cifrele pentru că suma cifrelor de la 1 la 9 este egală cu 45. Deci, cifrele din capete sunt 3 și 4.
- Conform legii 1), prima cifră este 3 și ultima este 4.
- Din 1) aflăm că suma cifrelor cuprinse între 1 și 2 este 6. Pe 6 îl putem scrie ca sumă de cifre distincte în următoarele moduri: $6 = 1 + 5 = 2 + 4 = 1 + 2 + 3$. În oricare dintre combinațiile cu două sau cu trei cifre apare măcar una dintre cifrele 1 sau 2, dar acestea sunt deja capete în aceasta secvență, deci nu este posibil să avem mai mult de o cifră între ele, variantele convenabile sunt 1, 6, 2 sau 2, 6, 1.
- Din 4) aflăm că suma cifrelor cuprinse între 4 și 5 trebuie să fie 9. Pe 9 îl putem scrie ca sumă astfel: $9 = 1 + 8 = 2 + 7 = 3 + 6 = 4 + 5 = 1 + 2 + 6 = 1 + 3 + 5 = 2 + 3 + 4$. Cifrele 1, 2, 6 trebuie să stea una lângă alta, deci din variantele de scriere a lui 9 ca sumă nu este valabilă niciuna care conține un 1 sau un 2 sau 6, mai puțin cazul în care sunt scrise toate cele trei. Bineînțeles că nici cea cu $4 + 5$ nu convine pentru că acestea sunt capetele secvenței. Dacă între 5 și 4 se află secvența 1, 6, 2, nu neapărat în această ordine, atunci se contrazice legea 2) pentru că, în acest caz, cifrele 7, 8 și 9 se vor afla între cifrele 3 și 2 iar suma acestor cifre depășește 14. Până în acest moment știm ordinea parțială 3, ..., 5, 9, 4.

- Dacă 2 este mai aproape de 3, adică ordinea este $2 - 6 - 1$ de la stânga la dreapta, atunci codul are forma $3, \dots, 2, 6, 1, \dots, 5, 9, 4$ și mai avem de determinat pozițiile cifrelor 7 și 8. Însă, conform 2), suma cifrelor dintre 3 și 2 este 14 și nu putem să obținem cu cifrele care au rămas. Prin urmare, ordinea este $3, \dots, 1, 6, 2, \dots, 5, 9, 4$. Între 3 și 1 îl avem pe 7, iar 8 se află între 2 și 5.

Așadar, codul este $\boxed{371628594}$.

Răspuns corect (vezi soluția video aici): $\boxed{371628594}$ 5p



Problema 15

Cufărul ascuns pe Insula Comorilor este protejat de un cod format din trei cifre. Pirații cunosc faptul că, pentru oricare două cifre alăturate din cod, scăzând cifra mai mică din cifra mai mare, rezultatul este întotdeauna 1. Care este numărul maxim de încercări pe care trebuie să îl efectueze pirații pentru a reuși să deschidă cufărul?



a) 44

b) 34

c) 16

d) 120

Demonstrație.

Spre deosebire de un număr natural de 3 cifre care are prima cifră nenulă, un cod poate să înceapă cu cifra 0. Cum cifrele consecutive diferă prin 1, înseamnă că avem următoarele situații:

- cifrele sunt consecutive ordonate crescător, adică 012, 123, 234, 345, 456, 567, 678, 789;
- cifrele sunt consecutive ordonate descrescător, adică 987, 876, 765, 654, 543, 432, 321, 210;
- cifrele alternează crescător-descrescător, adică 010, 121, 232, 343, 454, 565, 676, 787, 898;
- cifrele alternează descrescător-crescător, adică 101, 212, 323, 434, 545, 656, 767, 878, 989.

Numărul maxim de încercări pe care trebuie să-l efectueze pirații pentru a reuși să deschidă cufărul este $8 + 8 + 9 + 9 = \boxed{34}$.

Răspuns corect (vezi soluția video aici): \boxed{b} 5p



Problema 16

Fiecare dintre cei 25 de maștri cofetari pregătește pentru Târgul de Delicii câte 4 brișe originale. Din totalul brișelor, $\frac{3}{20}$ sunt cu lămâie, $\frac{8}{20}$ sunt cu fragi, iar restul sunt fie cu vanilie, fie cu ciocolată. Știind că numărul brișelor de ciocolată este de 4 ori mai mare decât al celor cu vanilie, aflați câte brișe cu vanilie au pregătit maștrii cofetari la târg.



a) 15

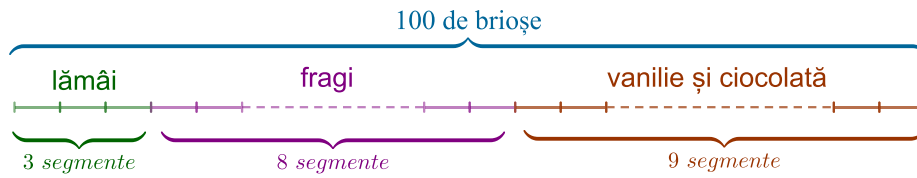
b) 12

c) 9

d) 18

Demonstrație.

Cei 4 maștri cofetari pregătesc $25 \times 4 = 100$ brișe. Am reprezentat acest număr prin 20 de segmente egale.



Fiecare segment mic valorează $100 : 20 = 5$. Dintre acestea, 3 segmente reprezintă numărul brișelor cu lămâie, adică $3 \times 5 = 15$, 8 reprezintă numărul brișelor cu fragi, adică $8 \times 5 = 40$, în total $15 + 40 = 55$. Numărul brișelor cu ciocolată și vanilie este $100 - 55 = 45$. Numărul celor cu ciocolată este de 4 ori mai mare decât al celor cu vanilie. Am reprezentat asta prin 5 segmente egale.



Un segment este egal cu $45 : 5 = 9$, deci numărul brișelor cu vanilie pregătite de maștrii cofetari este .

Răspuns corect (vezi soluția video aici):

Problemele 1-16: $16 \times 5p = 80p$

Puncte acordate din oficiu: 20p

Total: 100p

Timp de lucru: 2 ore