



Concursul de Matematică Upper.School Kids Ediția 2024-2025

Etapa I
Clasa a IV-a

- Soluții -
Lioara Ivanovici, Cristina Frone

§1 Soluții

Dacă nu ai văzut până acum „**Întors pe dos**” (titlul original „**Inside out**”) îți recomandăm să o faci după ce susții acest concurs.

Viața personajului principal, **Riley**, este cea a unei fetețe obișnuite care trece prin stările provocate de întâmplările zilnice. Mintea sa este asemeni unui computer la comanda căruia stau emoțiile sale, care păstrează în memorie „globuri” cu amintiri diverse. Aceste emoții (*Bucuria, Tristețea, Frica, Dezgustul, Furia, Anxietatea, Invidia, Rușinea și Plictiseala*) trec ele însele prin diverse aventuri, în încercarea de a o susține pe Riley.

Începe acum **aventura ta matematică** alături de **Riley** și emoțiile sale!

Problema 1

Bucuria revede amintirile plăcute ale lui Riley și numerotează globurile conectate la Insula familiei cu numere naturale consecutive. Primul glob are numărul 99903, iar pe ultimul este scris cel mai mare număr natural de 5 cifre. De câte ori a scris Bucuria cifra 9 pentru a numerota toate globurile?



a) 311

b) 308

c) 291

d) 310

Demonstrație. Cel mai mare număr de 5 cifre este 99999. Numărul de globuri pe care le-a numerotat Bucuria este egal cu $99999 - 99903 + 1 = 97$.

- Fiecare dintre aceste 97 de numere conține câte 3 cifre de 9 la cifrele sutelor, miilor și zecilor de mii, în total $97 \times 3 = 291$;
- Pe poziția zecilor cifra 9 apare în fiecare dintre numerele 99990, 99991, 99992, ..., 99999, adică de încă **10** ori;
- Pe poziția unităților cifra 9 apare în fiecare dintre numerele 99909, 99919, 99929, ..., 99999, adică de încă **10** ori.

Pentru numerotarea globurilor Bucuria a scris cifra 9 de $291 + 10 + 10 = \boxed{311}$ ori.

Răspuns corect: a) 5p



Problema 2

Riley își planifică timpul liber și decide ca în fiecare dintre cele 45 de zile care i-au mai rămas până la examenul de admitere la liceu să lucreze suplimentar 20 de minute la dicție și 25 de minute pentru lectură. Câte minute va lucra suplimentar în total Riley în această perioadă?

Demonstrație. În fiecare zi Riley lucrează $20 + 25 = 45$ minute. În cele 45 de zile rămase până la examen ea va lucra în total $45 \times 45 = \boxed{2025}$ minute.

Răspuns corect: 2025 5p



Problema 3

Riley organizează o petrecere cu prietenele ei și decide să comande pizza, mâncarea ei preferată. Pentru a se asigura că toată lumea va fi fericită, Bucuria îi recomandă să comande un număr de felii de pizza care este de 9 ori mai mic decât 819. Anxietatea, îngrijorată că ar fi prea multe calorii, propune un număr de felii cu 9 mai mic decât 81. Care este diferența de felii de pizza dintre recomandările Bucuriei și Anxietății?"



Demonstrație. Numărul de 9 ori mai mic decât 819 este $819 : 9 = 91$. Numărul mai mic cu 9 decât 81 este $81 - 9 = 72$. Diferența acestor numere este $91 - 72 = \boxed{19}$.

Răspuns corect: $\boxed{19}$ 5p



Problema 4

Riley și prietenele ei, Bucuria, Tristețea și Furia se pregătesc pentru un meci de hochei. Tricourile lor sunt personalizate cu numere speciale. Numărul de pe tricoul lui Riley este succesul celui mai mic număr natural scris cu trei cifre care are suma cifrelor egală cu 26?. Care este acest număr?



Demonstrație. Cea mai mare sumă a cifrelor a unui număr natural de 3 cifre este $9 + 9 + 9 = 27$. Pentru a obține suma 26 trebuie să micșorăm una dintre cifre cu o unitate, deci $26 = 8 + 9 + 9$. Cu cifrele 8, 9, 9 se pot forma trei numere: 899, 989 și 998. Cel mai mic dintre acestea este 899, iar succesul lui este $\boxed{900}$.

Răspuns corect: $\boxed{900}$ 5p



Problema 5

Bucuria și Tristețea au primit o sarcină specială: să picteze numere pe ușile camerelor din orașul amintirilor. Încep de la ușa cu numărul 1 și le numerotează pe toate în ordine. Bucuria a pictat cifra "2" de 14 ori, iar Tristețea a pictat cifra "5" de 3 ori. Care este cel mai mic număr de camere pe care poate să le aibă acest oraș al amintirilor?



Demonstrație. În șirul numerelor naturale care începe cu 1 cifra 5 apare de primele 3 ori în numerele 5, 15, 25, deci numărul de uși este cel mult 34. Cifra 2 apare la numerele 2, 12, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29 și 32. Cel mai mic număr de camere pe care poate să le aibă acest oraș al amintirilor este $\boxed{32}$.

Răspuns corect: $\boxed{32}$ 5p

Problema 6

Bucuria se ia la întrecere cu Tristețea, fiecare dorind să adune cât mai multe amintiri. În fiecare zi, Tristețea memorează 2 momente neplăcute, iar Bucuria memorează 5 momente vesele. Care va fi diferența dintre momentele vesele și cele neplăcute la finalul unui an bisect?

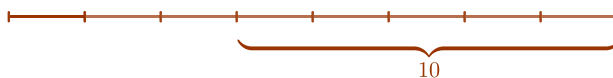
Demonstrație. În fiecare zi diferența dintre momentele vesele și cele neplăcute stocate de cele două în memorie crește cu $5 - 2 = 3$. Un an bisect are 366 zile, deci, la finalul unui an bisect diferența va fi de $366 \times 3 = \boxed{1098}$.

Răspuns corect: $\boxed{1098}$ 5p

Problema 7

Invidia își numără „victimele” și constată că din cele pe care le-a făcut luna trecută 5 optimi s-au transformat în prieteni. Dacă Riley a câștigat 10 prieteni, câte „victime” a făcut Invidia luna trecută?

Demonstrație.



5 optimi = 10

o optime = $10 : 5 = 2$

8 optimi = 2×8

Numărul de "victime" pe care le-a făcut Invidia luna trecută este $\boxed{16}$.

Răspuns corect: 16 5p



Problema 8

Rușinea este foarte neîndemânică. Ar vrea să o ajute pe Bucurie să transporte globuri către tubul de lansare, dar le tot scăpa din mâini. Reușește să le ducă pe primele 6, la următorul drum ajunge cu încă 5, dar 4 i se rostogolesc înapoi. Se întoarce după ele, le recuperează, mai adaugă acestora încă 3 globuri noi și când ajunge la tub se rostogolesc alte 8. Aceste operațiuni au durat două ore. Presupunând că va păstra același ritm (același număr de globuri la fiecare două ore), află câte globuri va reuși să transporte Rușinea în 24 de ore?



- a) 84
- b) 120
- c) 66
- d) 72

Demonstrație. Operațiunile din primele două ore pot fi rezumate prin șirul de operații

$$6 + 5 - 4 + 4 + 3 - 8 = 6.$$

Deci, în două ore, Rușinea reușește să transporte 6 globuri către turnul de lansare. În 24 ore ea va realiza $24 : 2 = 12$ de runde identice, în fiecare va reuși să transporte către 6 globuri, deci numărul de globuri pe care le va transporta în 24 de ore este $12 \times 6 = \boxed{72}$.

Răspuns corect: d 5p

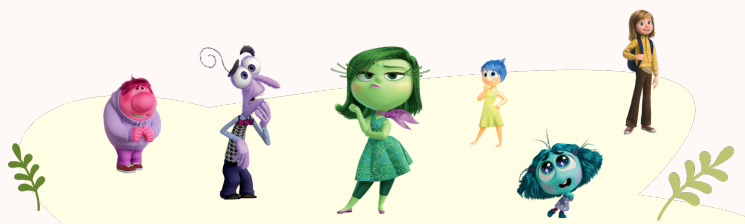


Problema 9

Dezgustul vrea să le demonstreze celorlalte emoții că este superioară. Astăzi, 18 ianuarie 2025, ea le spune:

"-Dacă iau anul nașterii lui Riley și îl înmulțesc cu produsul cifrelor sale obțin numărul care arată cât de mult valorați voi în ochii mei."

Riley a împlinit 12 ani săptămâna trecută. Care este rezultatul pe care l-a obținut Dezgustul?



- a) 1
- b) 6
- c) 12
- d) 0

Demonstrație. Suntem în anul 2025, deci anul nașterii lui Riley este $2025 - 12 = 2013$. Calculele pe care le-a făcut Dezgustul sunt $2013 \times 2 \times 0 \times 1 \times 3$. Rezultatul pe care l-a obținut Dezgustul este egal cu $\boxed{0}$.

Răspuns corect: \boxed{d} 5p



Problema 10

Furia încearcă să joace un joc de calmare, reorganizându-și globurile cu emoțiile terifiante pe rafturi. Observă că, dacă așază câte 20 de globuri pe un raft, îi rămân 70 de globuri pe dinafară. Dacă pune cu 10 mai multe globuri pe fiecare raft, pe ultimul raft mai rămân doar 20 de globuri. Câte rafturi are de aranjat Furia?

a) 7

b) 8

c) 10

d) 14

Demonstrație. Cele 70 de globuri care au rămas în plus se distribuie în mod egal câte 10 pe 7 rafturi pentru că $70 : 10 = 7$. În plus, mai există raftul pe care nu s-a mai adăugat nicio carte, deci numărul de rafturi pe care le-a aranjat Furia este egal cu $\boxed{8}$.

Răspuns corect: \boxed{b} 5p



Problema 11

Bucuria dă o petrecere pentru a douăsprezecea aniversare a lui Riley, la care invită toate celelalte emoții: Tristețea, Frica, Dezgustul, Furia, Anxietatea, Invidia, Rușinea și Plictiseala. La sosire toți sunt de acord să se îmbrățișeze fiecare cu fiecare, dar la plecare Invidia și Furia s-au supărat și nu au mai vrut să îmbrățișeze pe nimeni. Câte îmbrățișări se produc la această întâlnire?



a) 73

b) 146

c) 90

d) 88

Demonstrație. La petrecere participă 10 personaje: Riley, sărbătorita, Bucuria, cea care organizează petrecerea și celelalte 8 emoții invitate. La sosire fiecare dintre cele 10 personaje s-a îmbrățișat cu altele 9, deci s-au produs $10 \times 9 : 2 = 45$ de îmbrățișări. Se împarte la 2 pentru că, altfel, fiecare îmbrățișare se numără de două ori. La plecare mai sunt doar 8 personaje care se îmbrățișează, deci numărul de îmbrățișări de la plecare este $8 \times 7 = 28$. Numarul de îmbrățișări care se produc la această întâlnire este $45 + 28 = \boxed{73}$.

Răspuns corect: \boxed{a} 5p



Problema 12

Cu Frica nu e de joacă, ea o însoțește pe Riley la fiecare test sau concurs. La ultimul concurs de matematică, pentru 16 probleme Riley a obținut 130 puncte din cele 160 posibile. Știind că problemele sunt punctate egal și că pentru fiecare rezultat greșit se scad 5 puncte, aflați câte probleme corecte a rezolvat Riley?

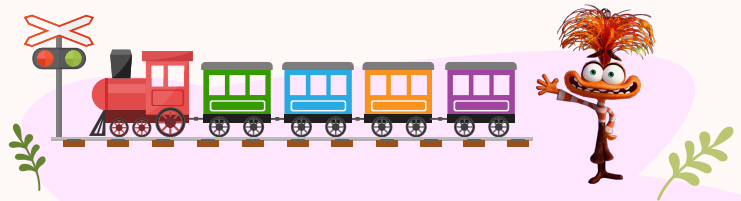


Demonstrație. Cum punctajul maxim este 160 pentru 16 probleme, înseamnă că o problemă rezolvată corect este punctată cu $160 : 16 = 10$ puncte. Pentru o problemă greșită se pierd 15 puncte pentru că, pe lângă faptul că nu se primesc cele 10 puncte, se și scad 5 puncte. Riley a pierdut 30 de puncte pentru că $160 - 130 = 30$, asta înseamnă că Riley a greșit două probleme. Numărul de probleme rezolvate corect de Riley este egal cu $16 - 2 = \boxed{14}$.

Răspuns corect: 5p

**Problema 13**

Anxietatea vrea să se relaxeze și pleacă cu trenul spre Insula prieteniei. Are de parcurs o distanță exprimată în KiloMemorii și face drumul în trei etape. În prima etapă parcurge o treime din drum și încă 4 KiloMemorii. În a doua etapă parcurge două pătrimi din restul rămas și încă 10 KiloMemorii. În a treia etapă parcurge restul de drum care înseamnă 140 KiloMemorii. Care este distanța totală pe care o parcurge Anxietatea?



- | | |
|--------------------|--------------------|
| a) 456 KiloMemorii | b) 450 KiloMemorii |
| c) 420 KiloMemorii | d) 390 KiloMemorii |

Demonstrație.

- Ultima distanță parcursă, cea de 140 KiloMemorii reprezintă două pătrimi din drumul rămas după a doua etapă minus 10 KiloMemorii, deci două pătrimi din drumul rămas după a doua etapă este egal cu $140 + 10 = 150$ KiloMemorii.
- În a doua etapă a parcurs două pătrimi din drumul rămas după prima etapă, adică 150 de KiloMemorii, așadar drumul rămas după prima etapă este $150 \times 2 = 300$ KiloMemorii.
- Aceste 300 KiloMemorii reprezintă două treimi din drumul inițial fără 4 KiloMemorii, adică două treimi din drumul inițial sunt egale cu 304 KiloMemorii.
- O treime din drumul inițial este egală cu $304 : 2 = 152$ KiloMemorii.

Lungimea drumului pe care l-a parcurs Anxietatea a fost de $152 \times 3 = \boxed{456 \text{ KiloMemorii}}$.

Răspuns corect: a) 5p



Problema 14

Pentru a încerca să mai uite de starea ei, Plictiseala citește cărți. Astăzi a început o carte nouă. Citește din ea primul sfert și se plictisește, apoi începe să numere cifrele folosite la numerotare. Pagina cu care a început este numerotată cu cifra 1. Observă că pentru numerotarea paginilor citite până acum s-au folosit 121 de cifre. Câte pagini are întreaga carte?



a) 240

b) 288

c) 260

d) 280

Demonstrație. Primele 9 pagini sunt numerotate cu cifrele de la 1 la 9, adică aici s-au folosit 9 cifre. Din cele 121 cifre rămân $121 - 9 = 112$ cifre care provin de la numerele de două cifre. Cum $112 : 2 = 56$, înseamnă că primul sfert de carte are 56 de pagini numerotate cu primele 56 numere de câte două cifre. Primul număr de două cifre este 10, adică $9 + 1$, al doilea număr de două cifre este 11, adică $9 + 2$, al treilea număr de două cifre este 12, adică $9 + 3, \dots$, al 56-lea număr de două cifre este $9 + 56 = 65$. Primul sfert de carte are 65 pagini, deci numărul de pagini al cărții pe care o citește Plictiseala este egal cu $65 \times 4 = \boxed{260}$.

Răspuns corect: c) 5p



Problema 15

Tristețea are nevoie de dulciuri pentru a se simți mai bine. Își comandă 12 cutii de bomboane și 4 torturi. Dacă două torturi și 3 cutii cu bomboane costă 540 lei, iar 3 torturi și două cutii cu bomboane costă 710 lei, cât va plăti Tristețea pentru comanda sa?



a) 1270 lei

b) 1480 lei

c) 1260 lei

d) 1320 lei

Demonstrație.

$$2 \text{ torturi} + 3 \text{ cutii} = 540 \text{ lei}$$

$$3 \text{ torturi} + 2 \text{ cutii} = 710 \text{ lei}$$

Adunând cele două relații obținem

$$5 \text{ torturi} + 5 \text{ cutii} = 1250 \text{ lei}$$

Împărțim această ultimă relație la 5 și aflăm că

$$1 \text{ tort} + 1 \text{ cutie} = 250 \text{ lei}$$

Înmulțim această ultimă relație cu 2 și rezultă

$$2 \text{ torturi} + 2 \text{ cutii} = 500 \text{ lei}$$

Prima relație o putem rescrie astfel

$$2 \text{ torturi} + 2 \text{ cutii} + 1 \text{ cutie} = 540 \text{ lei}$$

Deci, o cutie de bomboane costă $540 - 500 = 40$ lei și din a patra relație avem că un tort costă $250 - 40 = 210$ lei. Dulciurile comandate de Tristețea costă $4 \times 210 + 12 \times 40 = 1320$ lei.

Răspuns corect: d 5p □

Problema 16

Riley a trimis 60 de emoții din mintea ei într-o excursie, fiecare mergând una în spatele celeilalte. Fiecare emoție poartă pe cap o pălărie colorată după regula: *roșu, galben, roșu, galben,.....* Culorile panglicilor de pe pălării se repetă și ele după regula *albastru, mov, verde, albastru, mov, verde, albastru, mov, verde....* Pălăria de pe capul emoției care este în fruntea șirului este roșie cu panglică albastră. Câte emoții poartă o pălărie galbenă cu o panglică albastră?

Demonstrație. În tabelul de mai jos sunt prezentate combinațiile de culori pentru pălării și panglici din care se observă că pălării galbene cu panglică albastră sunt cele numerotate din 6 în 6 începând cu a patra, adică numerele care dau restul 4 la împărțirea prin 6.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Pălărie	roșu	galben	roșu	galben	roșu	galben	roșu	galben	roșu	galben	roșu	galben	roșu	galben	roșu	galben	roșu	galben
Panglică	albastru	mov	verde	albastru	mov	verde	albastru	mov	verde	albastru	mov	verde	albastru	mov	verde	albastru	mov	verde
				✓					✓							✓		

Acestea sunt 4, 10, 16, 22, 28, 34, 40, 46, 52, 58. Le numărăm mai ușor folosind contorul de numărare care este câtul împărțirii la 6. Conform teoremei împărțirii cu rest obținem că numerele se scriu astfel:

$$6 \times 0 + 4$$

$$6 \times 1 + 4$$

$$6 \times 2 + 4$$

$$.....$$

$$6 \times 9 + 4$$

De la 0 la 9 sunt 10 numere, deci numărul emoțiilor care poartă o pălărie galbenă cu o panglică albastră este 10.

Răspuns corect: <input type="text" value="10"/>	5p
		□
Problemele 1-16:	$16 \times 5p = 80p$
Puncte acordate din oficiu:	20p
Total:	100p
Timp de lucru:	2 ore