



Concursul de Matematică Upper.School Kids Ediția 2025-2026

Etapa I
Clasa a IV-a

- Soluții -
Lioara Ivanovici, Cristina Frone

§1 Soluții

Problema 1

Pe nava spațială *INFINIT* există o seră plină cu plante, îngrijită cu mare atenție de roboțelul Verdețel. Pentru funcționarea acestei sere se folosesc 2100 metri cubi de apă, reprezentând a cincea parte din cantitatea totală de apă de pe navă. Care este întreaga cantitate de apă de care dispune nava spațială?



Demonstrație. Se știe că a cincea parte din cantitatea totală de apă este 2100 metri cubi. Pentru a afla cantitatea totală de apă, înmulțim 2100 cu 5 :

$$2100 \times 5 = 10500.$$

Cantitatea totală de apă de care dispune nava este de 10500 metri cubi.

Răspuns corect: 10500 5p



Problema 2

Nava *INFINIT* a fost proiectată să facă pauze de reconfigurare a softului de zbor la fiecare 7 zile de călătorie. Suntem în ziua 235 de zbor. Câte pauze s-au făcut până acum?

Demonstrație. Pauzele se fac la fiecare 7 zile. Suntem în ziua 235 de zbor. Împărțim

$$235 : 7 = 33 \text{ rest } 4.$$

Așadar, până în ziua 235 s-au încheiat complet 33 intervale de câte 7 zile. Numărul de pauze care s-au făcut până acum este de 33.

Răspuns corect: 33 5p



Problema 3

La plecarea de pe planeta Terra, astronautii și-au luat 25 de filme și 19 albume de fotografii cu locurile minunate de pe această planetă. În călătoria lor, astronautii fac câte 2 filme și 3 albume de fotografii pe fiecare planetă pe care se opresc. Câte planete trebuie să viziteze astronautii după plecarea de pe Terra, astfel încât numărul de filme să fie egal cu numărul albumelor de fotografii?

a) 10

b) 12

c) 6

d) 5



Demonstrație. La plecare, astronautii au 25 de filme și 19 albume de fotografii. Observăm că au cu 6 filme mai mult decât albume. La fiecare planetă vizitată

- numărul de filme crește cu 2;
- numărul de albume crește cu 3.

Așadar, la fiecare planetă, diferența dintre numărul de filme și cel de albume scade cu 1. Pentru ca diferența inițială de 6 să ajungă la 0, este nevoie de 6 planete. Prin urmare, astronautii trebuie să viziteze 6 planete.

Răspuns corect: c) 5p

**Problema 4**

Naveta noastră are un număr de motoare egal cu numărul de numere naturale impare de 3 cifre distincte care se pot forma cu cifrele 1, 3, 4, 5. Câte motoare are racheta *INFINIT*?

a) 24

b) 12

c) 18

d) 60

Demonstrație. Un număr natural impar de 3 cifre trebuie să aibă cifra unităților impară. Din cifrele 1, 3, 4, 5, cifrele impare sunt 1, 3 și 5, deci cifra unităților poate fi aleasă în 3 moduri. După alegerea cifrei unităților, pentru cifra sutelor putem alege oricare dintre celelalte 3 cifre rămase (toate fiind nenule), iar pentru cifra zecilor rămân 2 posibilități. Prin urmare, numărul de astfel de numere este

$$3 \times 3 \times 2 = 18.$$

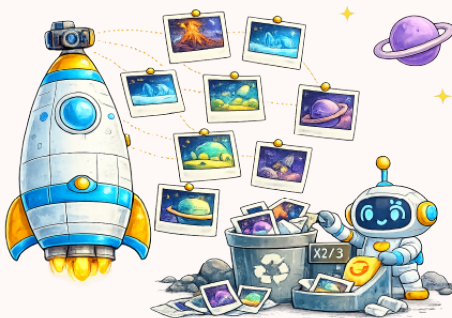
Numărul de motoare al navetei *INFINIT* este 18.

Răspuns corect: c) 5p



Problema 5

Într-un interval de 8 ore consecutive nava trece pe lângă alte 99 de planete noi. Sistemul de înregistrare al rachetei surprinde 18 imagini diferite pentru fiecare dintre planete, dar se păstrează doar două treimi din ele. Câte imagini vor fi șterse în 24 de ore?



Demonstrație. În 8 ore s-au înregistrat imagini pentru 99 de planete. În 24 de ore timpul este de 3 ori mai mare, deci numărul de planete este

$$99 \times 3 = 297.$$

Pentru fiecare planetă se surprind 18 imagini, așadar numărul total de imagini realizate în 24 de ore este

$$297 \times 18 = 5346.$$

Se păstrează doar două treimi din imagini, deci o treime dintre ele se șterg. Numărul imaginilor șterse este

$$5346 : 3 = 1782.$$

Numărul de imagini care vor fi șterse în 24 de ore este 1782.

Răspuns corect: 1782 5p

**Problema 6**

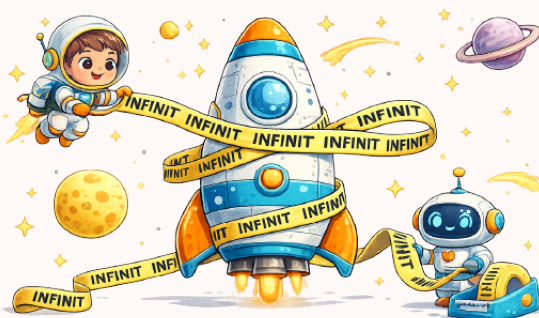
Pentru a personaliza naveta spațială s-a lipit o bandă circulară adezivă lungă, pe care este scris de mai multe ori cuvântul *INFINIT*. Cuvântul *INFINIT* este scris pe o lungime de 6 metri. Între două cuvinte consecutive este lăsat un spațiu de 1 metru. Se știe că, în total, pe bandă s-au imprimat 224 de consoane. Câți metri are toată banda?

a) 336 metri

b) 392 metri

c) 382 metri

d) 400 metri



Demonstrație. Cuvântul *INFINIT* are 7 litere, dintre care consoanele sunt

N, F, N, T,

adică 4 consoane într-un cuvânt. Știind că pe bandă s-au imprimat 224 de consoane, rezultă că numărul de cuvinte *INFINIT* este

$$224 : 4 = 56.$$

Un cuvânt are lungimea de 6 metri, deci lungimea totală a cuvintelor este

$$56 \times 6 = 336 \text{ metri.}$$

Între două cuvinte consecutive există un spațiu de 1 metru. Pentru 56 cuvinte există 56 spații, deci lungimea totală a spațiilor este

$$56 \times 1 = 56 \text{ metri.}$$

Lungimea totală a benzii este

$$336 + 56 = 392 \text{ metri.}$$

Banda are lungimea de 392 metri.

Răspuns corect: b) 5p



Problema 7

Prima galaxie spre care vom naviga are dimensiunea în ani-lumină egală cu cel mai mic număr natural de 5 cifre distincte care se împarte exact la 5. Ce dimensiune are această galaxie?

Demonstrație. Căutăm cel mai mic număr natural de 5 cifre, cu cifre distincte, care se împarte exact la 5. Un număr se împarte exact la 5 dacă ultima cifră este 0 sau 5. Pentru a obține cel mai mic număr de 5 cifre cu cifre distincte:

- cifra zecilor de mii este 1;
- cifra miilor este 0;
- apoi alegem, în ordine, cele mai mici cifre distincte posibile: 2 și 3;
- cifra unităților este 5.

Dimensiunea galaxiei este 10235 ani-lumină.

Răspuns corect: 10235 5p



Problema 8

Unul dintre astronauți ne-a propus un joc: să ne alegem oricare 10 cabine alăturate din cabinele numerotate consecutiv ale rachetei și să facem suma numerelor de pe cabine, apoi să spună fiecare care este ultima cifră a sumei obținute. Câte variante diferite crezi că s-au găsit?

a) 1

b) 5

c) 6

d) 4



Demonstrație. Alegem oricare 10 numere naturale consecutive. Indiferent de unde începem, cifrele unităților acestor 10 numere sunt

$$0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,$$

nu neapărat în această ordine. Pentru a afla cifra unităților sumei, este suficient să adunăm aceste cifre:

$$0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45.$$

Suma se termină în cifra 5. Prin urmare, indiferent ce 10 cabine numerotate consecutiv alegem, suma numerelor de pe ele se termină întotdeauna în cifra 5. Numărul variantelor posibile pentru cifra unităților este egal cu 1.

Răspuns corect: a) 5p

**Problema 9**

În timpul misiunii navei *INFINIT*, fiecare mesaj transmis către baza de comandă primește un cod de identificare reprezentat de un număr natural mai mic decât 1000, care la împărțirea prin 7 dă restul egal cu 5. Câte astfel de coduri de identificare mai mici decât 1000 există?



Demonstrație. Un număr care, împărțit la 7, dă restul 5 se poate scrie sub forma

$$7k + 5,$$

unde k este un număr natural. Căutăm toate aceste numere mai mici decât 1000. Cel mai mic număr de această formă este

$$7 \times 0 + 5 = 5.$$

Cel mai mare număr mai mic decât 1000 este obținut pentru cel mai mare k cu

$$7k + 5 < 1000.$$

Observăm că

$$7 \times 142 + 5 = 999,$$

care este mai mic decât 1000, iar pentru $k = 143$ obținem un număr mai mare decât 1000. Prin urmare, valorile lui k sunt

$$0, 1, 2, \dots, 142,$$

în total:

$$142 - 0 + 1 = 143.$$

Numărul de coduri de identificare este egal cu 143.

Răspuns corect: 143 5p

□

Problema 10

Numele rachetei noastre este *INFINIT*. Fiecare literă reprezintă o cifră. Se cunosc relațiile:

$$IN + FI = 45, \quad IN + FI + NIT = 460.$$

Codul de acces în interiorul rachetei este produsul cifrelor I , N , F și T . Care este codul de acces în rachetă?

Observație: Am notat cu IN numărul de două cifre cu zecile I și unitățile N , cu FI numărul de două cifre cu zecile F și unitățile I , iar cu NIT numărul de trei cifre cu sutele N , zecile I și unitățile T .

Demonstrație. Din prima relație rezultă

$$IN + FI = 45.$$

Din a doua relație și din egalitatea de mai sus obținem

$$NIT = 460 - 45 = 415.$$

Cum fiecare literă reprezintă o cifră, iar NIT este numărul format din cifrele N , I și T , rezultă imediat

$$N = 4, \quad I = 1, \quad T = 5.$$

Revenind la prima relație,

$$IN + FI = 45.$$

Înlocuind $I = 1$ și $N = 4$, obținem:

$$14 + F1 = 45,$$

de unde

$$F1 = 31,$$

ceea ce implică

$$F = 3.$$

Codul de acces este produsul cifrelor I , N , F și T , adică:

$$I \times N \times F \times T = 1 \times 4 \times 3 \times 5 = \boxed{60}.$$

Răspuns corect: $\boxed{60}$ 5p

□

Problema 11

De la cea mai mare planetă din Sistemul Solar până la centrul galaxiei *Calea Lactee* este o distanță (în ani-lumină) egală cu valoarea lui a din următoarea expresie:

$$6 \times [(a - 847) + 3900 : 3 - 518] + 2749 = 158359.$$

Care este valoarea acestei distanțe?

Demonstrație. Calculăm mai întâi împărțirea.

$$3900 : 3 = 1300,$$

deci

$$6 \times [(a - 847) + 1300 - 518] + 2749 = 158359.$$

Ecuția devine

$$6 \times [(a - 847) + 1300 - 518] = 158359 - 2749,$$

adică

$$6 \times [(a - 847) + 1300 - 518] = 155610.$$

Împărțind la 6, obținem

$$(a - 847) + 1300 - 518 = 155610 : 6,$$

adică

$$(a - 847) + 1300 - 518 = 25935.$$

Rezultă

$$(a - 847) + 1300 = 518 + 25935,$$

$$(a - 847) + 1300 = 26453,$$

$$a - 847 = 26453 - 1300,$$

$$a - 847 = 25153,$$

$$a = 847 + 25153 = \boxed{26000}.$$

$$a = \boxed{26000}.$$

Răspuns corect: $\boxed{26000}$ 5p

□

Problema 12

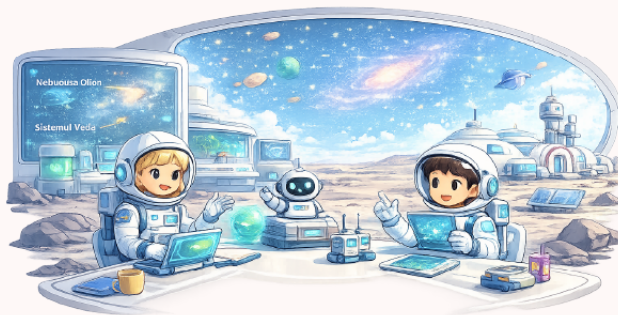
Doi astronauți din echipajul rachetei *INFINIT* își amintesc misiunile efectuate către diferite destinații intergalactice, precum Nebuloasa Orion și Sistemul Vega. Se știe că, dacă al doilea astronaut ar mai fi efectuat cu 12 misiuni intergalactice în plus, atunci numărul total de misiuni ale acestuia ar fi fost exact triplu față de numărul de misiuni ale primului astronaut. În prezent, cei doi astronauți au efectuat împreună 152 de misiuni intergalactice. Care este diferența dintre numărul de misiuni efectuate de cei doi astronauți?

a) 111

b) 83

c) 70

d) 41



Demonstrație. Reprezentăm numărul de călătorii ale primului astronaut printr-un segment. Numărul de călătorii ale celui de-al doilea astronaut este format din trei segmente egale, din care lipsesc 12 călătorii. Se știe că, în total, cei doi astronauți au efectuat 152 călătorii.



Dacă adăugăm și cele 12 călătorii ale celui de-al doilea astronaut, obținem:

$$152 + 12 = 164.$$

Această sumă reprezintă patru părți egale: una pentru primul astronaut și trei pentru al doilea astronaut. O parte este:

$$164 : 4 = 41.$$

Deci primul astronaut a efectuat 41 călătorii, iar al doilea astronaut a efectuat:

$$41 \times 3 - 12 = 123 - 12 = 111$$

călătorii. Diferența dintre numărul de călătorii este: $111 - 41 = \boxed{70}$.

Răspuns corect: c) 5p



Problema 13

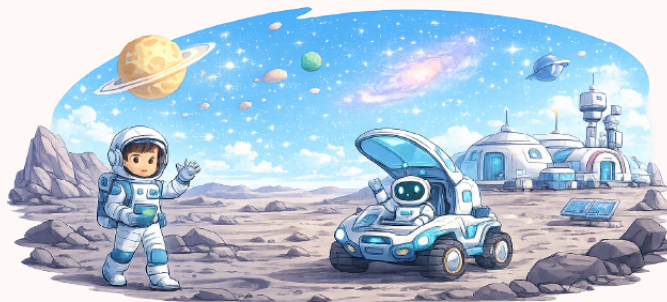
În timpul misiunii de explorare a planetei Xeron, Andrei se deplasează între diferitele module ale bazei de cercetare fie pe jos, fie cu un vehicul electric. Deplasându-se 5 ore pe jos și 7 ore cu vehiculul electric, Andrei parcurge în total 104 km. Într-o altă etapă a misiunii, deplasându-se 7 ore pe jos și 6 ore cu vehiculul electric, el parcurge 100 km. Câți kilometri parcurge Andrei într-o oră de mers pe jos?

a) 4 km

b) 6 km

c) 8 km

d) 10 km



Demonstrație.

5 h pe jos ... 7 h cu vehiculul electric ... 104 km

7 h pe jos ... 6 h cu vehiculul electric ... 100 km

Egalăm numărul de ore de mers cu vehiculul electric în cele două situații, înmulțind prima situație cu 6, deci

30 h pe jos ... 42 h cu vehiculul electric ... 624 km

și a doua situație cu 7,

49 h pe jos ... 42 h cu vehiculul electric ... 700 km

Comparăm cele două situații,

$$49 - 30 = 19 \text{ h pe jos}$$

$$700 - 624 = 76 \text{ km}$$

$$19 \text{ h pe jos} \dots 76 \text{ km}$$

$$1 \text{ h pe jos} \dots 76 : 19 = 4 \text{ km}$$

Distanța parcursă de Andrei într-o oră de mers pe jos este de 4 km.

Răspuns corect: a) 5p

□

Problema 14

În cabinele navei spațiale *INFINIT* există un automat de înghețată foarte apreciat de echipaj. Automatul poate prepara înghețată cu 5 arome diferite: portocale, kiwi, lămâie, mango și măr. O porție de înghețată poate avea:

- o singură aromă;
- sau o combinație de cel mult 3 arome diferite.

Câte tipuri distincte de înghețată poate oferi automatul?

- a) 25 b) 30 c) 150 d) 60



Demonstrație. Avem 5 arome diferite de înghețată.

- Pentru înghețata cu o singură aromă putem alege oricare dintre cele 5 arome, deci sunt

5 tipuri.

- Pentru înghețata cu două arome diferite, pentru prima aromă avem 5 posibilități de alegere, iar pentru a doua 4 posibilități. Am numărat fiecare combinație de două ori, deci împărțim la 2

$$5 \times 4 : 2 = 10.$$

- Pentru înghețata cu trei arome diferite vom proceda diferit. A afla în câte moduri putem combina 3 arome diferite din cele 5, este identic cu a afla în câte moduri putem elimina două arome, adică exact ce am numărat la etapa anterioară, deci sunt 10 variante.

Numărul de tipuri distincte de înghețată pe care automatul le poate oferi este $5 + 10 + 10 =$ 25.

Răspuns corect: a) 5p



Problema 15

În fiecare dimineață, înainte de micul dejun, cei 44 de membri ai echipajului rachetei *INFINIT* se salută dând mâna. Fiecare persoană dă mâna o singură dată cu fiecare dintre ceilalți membri ai echipajului. Câte strângeri de mână au loc în fiecare dimineață?



Demonstrație. Primul membru al echipajului dă mâna cu ceilalți 43 de membri. Al doilea membru a dat deja mâna cu primul, deci mai dă mâna cu 42 membri. Al treilea dă mâna cu 41 membri, și așa mai departe, până la penultimul, care dă mâna cu un singur membru. Numărul total de strângeri de mână este:

$$S = 43 + 42 + 41 + \dots + 2 + 1$$

$$S = 1 + 2 + 3 + \dots + 42 + 43$$

Adunăm aceste două egalități și obținem

$$2 \times S = (43 + 1) + (42 + 2) + (41 + 3) + \dots + (2 + 42) + (1 + 43)$$

$$2 \times S = 44 \times 43$$

$$S = 44 \times 43 : 2 = 22 \times 43$$

Numărul de strângeri de mână care au loc în fiecare dimineață este 946.

Răspuns corect: 946 5p

□

Problema 16

Pe jurnalul de bord se înregistrează toate evenimentele din timpul unei călătorii. Evenimentele se numerează cu numere naturale consecutive în ordine crescătoare, începând cu 1. În ultima călătorie au fost înregistrate 980 de evenimente. De câte ori apare cifra 8 în numerotările din jurnal ale ultimei călătorii?

a) 289

b) 288

c) 290

d) 287



Demonstrație. Numerotările din jurnal sunt numerele de la 1 la 980. Vom număra de câte ori apare cifra 8, în funcție de poziția ei.

- **Cifra 8 la unități** Cifra 8 apare la unități în numerele

08, 18, 28, ..., 98,

108, 118, ..., 978.

Numerele din fața lui 8 sunt de la 0 la 97, deci cifra 8 apare de

98 ori la unități.

- **Cifra 8 la zeci** Cifra 8 apare la zeci în numerele

080, 081, ..., 089,

180, 181, ..., 189,

...

880, 881, ..., 889,

980.

Avem 9 sute complete (0-8) cu câte 10 numere fiecare, iar în ultima sută apare doar 980. Deci cifra 8 apare de

$$9 \times 10 + 1 = 91 \text{ ori la zeci.}$$

- **Cifra 8 la sute** Cifra 8 apare la sute în toate numerele de la

800, 801, ..., 899,

adică de

$$899 - 800 + 1 = 100 \text{ ori.}$$

Adunăm toate aparițiile

$$98 + 91 + 100 = 289.$$

Numărul de apariții ale cifrei 8 în numerotările din jurnal este egal cu 289.

Răspuns corect: a) 5p

□

Problemele 1-16: $16 \times 5p = 80p$

Puncte acordate din oficiu: 20p

Total: 100p

Timp de lucru: 2 ore