



Concursul de Matematică Upper.School Kids Ediția 2025-2026

Etapa II
Clasa a IV-a

- Soluții -
Lioara Ivanovici, Cristina Frone

§1 Soluții

Problema 1 (Amfora cu galbeni)

O amforă plină cu monede de aur cântărește 180 kg. Umplută pe jumătate cântărește 115 kg. Cât cântărește amfora goală?

a) 45

b) 50

c) 55

d) 65



Demonstrație. Când amfora este plină, masa totală este formată din amfora goală plus toate monedele de aur și este 180 kg. Când amfora este umplută doar pe jumătate, masa totală este formată din amfora goală plus jumătate din monede și este 115 kg. Diferența dintre cele două măsurători reprezintă chiar jumătate din masa monedelor:

$$180 - 115 = 65 \text{ kg.}$$

Așadar, masa tuturor monedelor este

$$2 \times 65 = 130 \text{ kg,}$$

iar masa amforei goale este

$$180 - 130 = \boxed{50} \text{ kg.}$$

Răspuns corect: b) 5p

Problema 2 (Pătratul Atenei)

Atena a desenat un pătrat 3×3 în nisip, unde suma numerelor de pe fiecare linie, coloană și diagonală este aceeași. Din cauza vântului, s-au mai păstrat doar trei numere:

- În colțul stânga-jos 10;
- În centrul pătratului 8;
- În celula de mijloc de pe ultima coloană 9.

Ce număr era scris în colțul dreapta-sus?

- a) 5 b) 6 c) 7 d) 8



Demonstrație. Notăm cu a numărul de pe rândul 2, coloana 1. Tabelul arată astfel:

a	8	9
10		

Suma magică este suma celor trei numere de pe rândul 2 :

$$S = a + 8 + 9 = a + 17.$$

Coloana 1 are aceeași sumă magică, deci:

$$(\text{rând 1, col 1}) + a + 10 = a + 17,$$

de unde rezultă că pe rândul 1, coloana 1 se află numărul 7 (termenii cu a s-au redus).

7		
a	8	9
10		

Diagonala \searrow trece prin 7, 8 și colțul dreapta-jos:

$$7 + 8 + (\text{colț dreapta-jos}) = a + 17,$$

deci pe rândul 3, coloana 3 se află numărul $a + 2$.

7		
a	8	9
10		$a + 2$

Coloana 3 are tot suma $S = a + 17$:

$$(\text{rând 1, col 3}) + 9 + (a + 2) = a + 17,$$

de unde rezultă că pe rândul 1, coloana 3 se află numărul $\boxed{6}$ (din nou, termenii cu a s-au redus). Acesta este răspunsul cerut.

7		6
a	8	9
10		$a + 2$

Continuăm pentru a completa tot tabelul. Observăm că diagonala \swarrow are acum toate cele trei valori cunoscute: 6, 8 și 10. Suma magică este, așadar:

$$S = 6 + 8 + 10 = 24,$$

iar din $S = a + 17$ obținem $a = 7$. Înlocuim $a = 7$ peste tot:

7		6
7	8	9
10		9

Rândul 1 are suma 24 :

$$7 + (\text{rând 1, col 2}) + 6 = 24 \Rightarrow (\text{rând 1, col 2}) = 11.$$

Coloana 2 are suma 24 :

$$11 + 8 + (\text{rând 3, col 2}) = 24 \Rightarrow (\text{rând 3, col 2}) = 5.$$

Tabelul complet:

7	11	6
7	8	9
10	5	9

Răspuns corect: \boxed{b} 5p

Problema 3 (Coșulețele Demetrei)

Demetra își depozitează semințele magice în coșulețe. Dacă pune câte 22 de semințe în fiecare coș, îi rămân 44 de semințe pe jos. Dacă pune câte 28 de semințe în fiecare coș, în ultimul coș rămân doar 12 semințe. Câte coșuri are Demetra?

- a) 8 b) 9 c) 10 d) 11



Demonstrație. Aplicăm metoda comparației. Comparăm cele două cazuri din enunț. În cazul 2, în fiecare coș se pun cu $28 - 22 = 6$ semințe mai multe decât în cazul 1. De unde provin aceste semințe în plus?

- din cele 44 de semințe rămase pe jos în cazul 1, care acum intră toate în coșuri;
- din semințele care „lipsesc” din ultimul coș: în cazul 2 are doar 12 în loc de 28, deci este incomplet cu $28 - 12 = 16$ semințe.

Asta înseamnă că, pentru a umple toate coșurile cu câte 6 semințe mai mult, am avut nevoie de $44 + 16 = 60$ semințe în plus, distribuite în coșuri. Cum fiecare coș primește 6 semințe în plus, numărul coșurilor Demetrei este:

$$60 : 6 = \boxed{10}.$$

Răspuns corect: c) 5p

Problema 4 (Porțile Minotaurului)

Minotaurul a adăugat porți din loc în loc în labirintul său. Ele sunt numerotate astfel: 2, 7, 12, 17, ... Cine află produsul cifrelor numărului de pe a 100-a poartă va fi eliberat pe loc. Care este acest produs?



Demonstrație. Scriem primii cinci termeni ai șirului sub forma $5 \times \text{cât} + 2$:

- primul: $2 = 5 \times 0 + 2,$
- al 2-lea: $7 = 5 \times 1 + 2,$
- al 3-lea: $12 = 5 \times 2 + 2,$
- al 4-lea: $17 = 5 \times 3 + 2,$
- al 5-lea: $22 = 5 \times 4 + 2.$

Observăm că pentru fiecare termen, factorul lui 5 este cu 1 mai mic decât poziția termenului în șir. Așadar, pentru a 100-a poartă, factorul lui 5 este 99, iar numărul de pe poartă este:

$$5 \times 99 + 2 = 495 + 2 = 497.$$

Produsul cifrelor numărului 497 este:

$$4 \times 9 \times 7 = \boxed{252}.$$

Răspuns corect: 252 5p

Problema 5 (Argonauții)

Iason îi adună pe Argonauți pe puntea navei Argo înainte de a porni în căutarea Lânii de Aur. Sunt în total 150 de eroi. Dintre ei, o cincime sunt înțelepți și călătoresc fără arme, oferind sfaturi în vremurile grele. Restul sunt luptători: unii cu spadă, alții cu arc. Numărul luptătorilor cu spadă este de 4 ori mai mare decât al celor cu arc. Câți Argonauți au spadă?



Demonstrație. O cincime dintre cei 150 de Argonauți sunt înțelepți, deci ei sunt în număr de:

$$150 : 5 = 30.$$

Așadar, luptătorii înarmați sunt:

$$150 - 30 = 120.$$

Reprezentăm grafic luptătorii: o parte pentru cei cu arc, iar pentru cei cu spadă 4 părți (de 4 ori mai mult).



Cei 120 de luptători corespund la $1 + 4 = 5$ părți egale, deci o parte conține:

$$120 : 5 = 24 \text{ luptători.}$$

Numărul celor cu spadă este de 4 părți, adică:

$$4 \times 24 = \boxed{96} \text{ luptători.}$$

Răspuns corect: 5p



Problema 6 (Darul lui Prometeu)

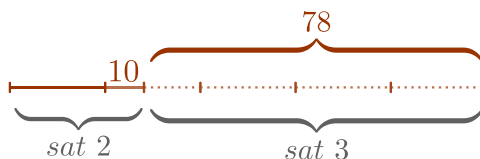
Prometeu împarte focuri la 3 sate. Primul primește o treime din total și încă 10, al doilea sat primește o cincime din rest și încă 10, iar al treilea primește 78 de focuri. Câte focuri dăruiește Prometeu?

- a) 150 b) 180 c) 210 d) 240



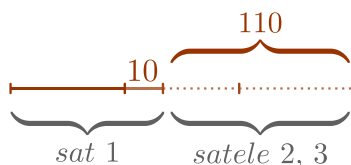
Demonstrație. Folosim metoda mersului invers, reprezentând părțile prin segmente.

Pasul 1. După ce primul sat și-a luat partea, focurile rămase se împart între satul 2 și satul 3. Reprezentăm grafic acest rest ca un segment împărțit în 5 părți egale: satul 2 ia o parte plus 10 focuri, iar satul 3 ia 4 părți minus 10 focuri.



Cum satul 3 primește 78 focuri, avem 4 părți = 10 + 78, deci 4 părți = 88 și o parte = 88 : 4 = 22. Restul rămas după ce satul 1 și-a primit focurile este 5 părți = 5 × 22 = 110 focuri.

Pasul 2. Acum reprezentăm grafic totalul focurilor. Satul 1 ia o treime din total plus 10 focuri, iar restul (cele 110 focuri din pasul 1) este două treimi din total minus 10 focuri.



Cum restul este 110 focuri, avem 2 părți = 10 + 110, deci 2 părți = 120 și o parte = 120 : 2 = 60. Totalul este 3 părți = 3 × 60 = **180** focuri.

Răspuns corect: b) 5p

Problema 8 (Perlele Afroditei)

Afrodita are 80 de perle albe și 80 de perle roz. Vrea să așeze toate perlele în cutii astfel încât: În fiecare cutie să fie același număr de perle albe. Să nu existe două cutii cu același număr de perle roz. Fiecare cutie să conțină ambele tipuri de perle. Care este cel mai mare număr de cutii pe care le poate folosi?

a) 8

b) 9

c) 10

d) 12



Demonstrație. Notăm cu n numărul de cutii. Avem două condiții:

- perlele albe se împart în n cutii cu același număr în fiecare, deci 80 trebuie să se împartă exact la n ;
- perlele roz se pun în număr diferit în fiecare cutie, fiecare cutie având cel puțin o perlă roz.

Pentru ca n să fie cât mai mare, perlele roz trebuie să fie în număr cât mai mic. Cel mai mic total cu n numere diferite și nenule se obține când punem 1, 2, 3, ..., n perle (cele mai mici n numere naturale nenule, toate diferite). Suma acestora se calculează cu formula

$$1 + 2 + \dots + n = n \times (n + 1) : 2,$$

și nu poate depăși 80.

Pentru $n = 12$ avem $12 \times 13 : 2 = 78 \leq 80$, iar pentru $n = 13$ avem $13 \times 14 : 2 = 91 > 80$. Așadar n nu poate fi mai mare de 12.

Verificăm acum care dintre valorile $n = 12, 11, 10, \dots$ îndeplinesc și prima condiție (ca 80 să se împartă exact la n):

- $n = 12$: $80 : 12 = 6$ rest 8, nu se împarte exact;
- $n = 11$: $80 : 11 = 7$ rest 3, nu se împarte exact;
- $n = 10$: $80 : 10 = 8$, exact. ✓

În fiecare cutie sunt câte 8 perle albe, iar perlele roz pot fi împărțite, de exemplu, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 35 (toate nenule, toate diferite, însumând 80). Așadar, cel mai mare număr de cutii este 10.

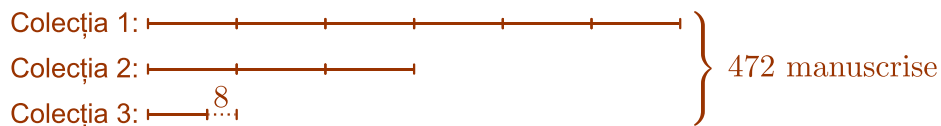
Răspuns corect: c) 5p □

Problema 9 (Manuscrisele Atenei)

Atena a adunat 472 de manuscrise vechi pentru biblioteca templului din Olimp. Acestea au fost grupate în trei colecții. Dacă a treia colecție ar avea cu 8 mai multe manuscrise, atunci ar avea de 9 ori mai puține manuscrise decât primele două colecții la un loc. A doua colecție are jumătate din numărul de manuscrise din prima. Câte manuscrise sunt în a treia colecție?



Demonstrație. Reprezentăm grafic numărul de manuscrise din fiecare colecție astfel:



- prima colecție are dublu față de a doua;
- prima și a doua colecție la un loc au de 9 ori mai multe manuscrise decât a treia colecție dacă aceasta ar avea cu 8 manuscrise mai mult, deci le împărțim în 9 părți egale (prima colecție are 6 părți, a doua are 3 părți);
- a treia colecție cu cele 8 manuscrise în plus reprezintă o parte.

Considerăm că a treia colecție ar avea și cele 8 manuscrise. Totalul ar fi atunci:

$$472 + 8 = 480 \text{ manuscrise.}$$

Vor fi atunci în total 10 părți egale, 9 părți pentru primele două colecții și o parte pentru a treia colecție cu cele 8 manuscrise adăugate. Calculăm:

$$480 : 10 = 48.$$

Deci o parte are 48 de manuscrise, și atunci numărul de manuscrise din a treia colecție este:

$$48 - 8 = \boxed{40}.$$

Răspuns corect: 5p



Problema 10 (Actorii lui Dionysos)

La festivalul lui Dionysos, 30 de actori stau în cerc, în jurul orchestrei teatrului antic. Unii poartă măști, iar alții au fețele descoperite. Cei care nu poartă mască sunt obligați să spună mereu adevărul, iar cei care poartă mască pot spune fie adevărul, fie minciuni. Fiecare dintre cei 30 de actori declară: „Cel puțin unul dintre cei doi vecini ai mei poartă mască.” Care este cel mai mare număr de actori care ar putea să nu poarte mască?



Demonstrație. Notăm cu M un actor care poartă mască și cu N un actor care nu poartă mască. Fiecare actor de tip N trebuie să spună adevărul, deci cel puțin unul dintre cei doi vecini ai săi trebuie să poarte mască.

Aceasta înseamnă că nu pot exista trei actori de tip N așezați consecutiv, deoarece cel din mijloc ar avea ambii vecini fără mască, iar afirmația sa ar fi falsă.

Pentru a obține cât mai mulți actori fără mască, încercăm așezarea:

$$\underbrace{N, N, M}_{\text{grup}}, \underbrace{N, N, M}_{\text{grup}}, \dots, \underbrace{N, N, M}_{\text{grup}}.$$

Repetăm grupul (N, N, M) de $30 : 3 = 10$ ori și obținem $10 \times 2 = 20$ actori fără mască și 10 actori cu mască. În această așezare, fiecare N are cel puțin un vecin M , deci afirmația lui este adevărată.

Verificăm că nu putem avea mai mult de 20 de actori fără mască. Împărțim cei 30 de actori în 10 grupe de câte 3 așezați consecutiv. Dacă ar fi cel puțin 21 de actori fără mască, atunci, pentru că $21 : 10 = 2$ rest 1, conform principiului cutiei există o grupă în care cel puțin 3 dintre ei se află, adică 3 actori fără mască așezați consecutiv. Asta este imposibil.

Așadar, cel mai mare număr de actori care ar putea să nu poarte mască este $\boxed{20}$.

Răspuns corect: $\boxed{20}$ 5p

□

Problema 11 (Drumul lui Hermes)

Hermes, mesagerul zeilor, călătorește pe drumul care leagă cetatea A de cetatea B . La fiecare kilometru, inclusiv în cele două cetăți, se află un stâlp cu câte două table: pe una este scrisă distanța în kilometri până la A , iar pe cealaltă, distanța până la B . Hermes observă că suma cifrelor celor două numere de pe orice stâlp este întotdeauna 11. Câți kilometri sunt între cele două cetăți?



Demonstrație. Notăm cu D distanța (în kilometri) dintre cele două cetăți. Pe stâlpul aflat la x km de A , tablele indică numerele x și $D - x$.

La stâlpul din A ($x = 0$): numerele sunt 0 și D . Suma cifrelor este $0 +$ (suma cifrelor lui D) = 11, deci suma cifrelor lui D este 11.

Vom arăta că: D are exact două cifre.

Analizăm următoarele cazuri:

- Dacă D ar avea o singură cifră, suma cifrelor lui D ar fi cel mult 9. Contradicție.
- Dacă D ar avea cel puțin 3 cifre (deci $D \geq 100$), atunci, mergând de la A la B , trecem prin stâlpul aflat la 99 km de A . La acest stâlp, primul număr este 99, cu suma cifrelor $9 + 9 = 18 > 11$. Contradicție.

Așadar D are exact două cifre.

Vom arăta că: Ultima cifră a lui D este 9.

La stâlpul $x = 9$ km: numerele sunt 9 și $D - 9$. Suma cifrelor: $9 +$ (suma cifrelor lui $D - 9$) = 11, deci suma cifrelor lui $D - 9$ este 2.

Cum suma cifrelor lui D este 11 iar a lui $D - 9$ este 2, scăderea a redus suma cifrelor cu exact 9. Asta se întâmplă doar dacă ultima cifră a lui D este 9. În acest caz, $D - 9$ are aceleași cifre ca D cu excepția ultimei, care devine 0, iar suma cifrelor scade cu 9. Pentru orice altă ultimă cifră (de la 0 la 8), scăderea ar fi necesitat un împrumut din cifra zecilor, care păstrează suma cifrelor (ar rămâne 11, nu 2).

Vom arăta că: $D = 29$.

D are două cifre, se termină în 9, iar suma cifrelor este 11. Cifra zecilor este $11 - 9 = 2$. Așadar $D = 29$.

Verificăm că $D = 29$ satisface condiția pentru orice stâlp. Considerăm un stâlp aflat la x km de A , unde x ia valorile $0, 1, \dots, 29$. Scriem x cu cifra zecilor a și cifra unităților b (de exemplu, $x = 7$ are $a = 0, b = 7$; $x = 23$ are $a = 2, b = 3$). Atunci a poate fi $0, 1, 2$ și b ia valorile $0, 1, \dots, 9$.

Calculăm cifrele lui $29 - x$: cifra unităților este $9 - b$ (deoarece $b \leq 9$), iar cifra zecilor este $2 - a$ (deoarece $a \leq 2$). Ambele rămân cifre valide, iar scăderea nu necesită împrumut.

Suma cifrelor numerelor de pe stâlpul x este:

$$\underbrace{(a + b)}_{\text{cifrele lui } x} + \underbrace{(2 - a) + (9 - b)}_{\text{cifrele lui } 29-x} = a + b + 2 - a + 9 - b = 11.$$

Termenii cu a și b se anulează, iar rezultatul este $2 + 9 = 11$, indiferent de valoarea lui x . Așadar, distanța dintre cele două cetăți este $\boxed{29}$ kilometri.

Răspuns corect: $\boxed{29}$ 5p □

Problema 12 (Mozaicul Atenei)

Atena trebuie să așeze cinci pietre sacre, gravate cu numerele 3, 4, 5, 6 și 7, în cele cinci cercuri ale unui mozaic în formă de romb. Mozaicul este împărțit în patru secțiuni triunghiulare, fiecare având gravat un număr sacru. Produsul numerelor de pe pietrele așezate în vârfurile fiecărui triunghi trebuie să fie egal cu numărul gravat pe acea secțiune.

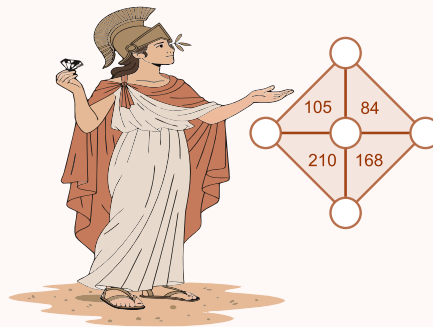
Care este suma numerelor de pe pietrele aflate în vârfurile triunghiului cu numărul 168?

a) 14

b) 15

c) 17

d) 18



Demonstrație. Scriem fiecare număr gravat pe secțiunile triunghiulare ca produs a trei numere alese dintre cele gravate pe pietre (3, 4, 5, 6, 7):

$$\begin{aligned} 105 &= 5 \times 3 \times 7, \\ 84 &= 4 \times 3 \times 7, \\ 210 &= 5 \times 6 \times 7, \\ 168 &= 4 \times 6 \times 7. \end{aligned}$$

Singurul număr care apare în toate cele patru descompuneri este 7, deci piatra cu numărul 7 trebuie să se afle în vârfurile fiecărui dintre cele patru triunghiuri. Singurul cerc comun tuturor celor patru triunghiuri este cel din mijloc, deci în mijloc așezăm piatra cu numărul 7.

Triunghiurile sus-stânga (cu produsul $105 = 5 \times 3 \times 7$) și sus-dreapta (cu produsul $84 = 4 \times 3 \times 7$) au două vârfuri comune: cercul din mijloc (deja ocupat de piatra 7) și cercul de sus. Singura piatră, în afară de 7, care apare în ambele descompuneri este 3, deci în cercul de sus se află piatra 3.

Apoi celelalte poziții se deduc ușor:

- în cercul din stânga: piatra 5 (din $105 = 5 \times 3 \times 7$, cu 7 în mijloc și 3 sus, rămâne 5);
- în cercul din dreapta: piatra 4 (analog din $84 = 4 \times 3 \times 7$);

- în cercul de jos: piatra 6 (din $210 = 5 \times 6 \times 7$, cu 5 în stânga și 7 în mijloc).

Verificăm triunghiul jos-dreapta cu produsul $168 : 4 \times 6 \times 7 = 168$. ✓

Suma numerelor de pe pietrele din vârfuluri triunghiului cu numărul 168 este:

$$4 + 6 + 7 = \boxed{17}.$$

Răspuns corect: c) 5p

Problema 13 (Balanța Themis)

Themis, zeița dreptății, cântărește ofrandele aduse zeilor pe balanța sacră. Prima ofrandă conține 5 mere și 3 pere și cântărește 1100 g. A doua ofrandă conține 3 mere și 5 pere și cântărește 1300 g. Câte grame cântărește un măr?



Demonstrație. Aflăm cât cântăresc împreună 8 mere și 8 pere adunând cele două ofrande:

$$1100 + 1300 = 2400 \text{ g.}$$

Deci 8 mere și 8 pere cântăresc împreună 2400 g, iar 1 măr și 1 pară cântăresc împreună

$$2400 : 8 = 300 \text{ g.}$$

Înmulțind cu 3, obținem că 3 mere și 3 pere cântăresc

$$3 \times 300 = 900 \text{ g.}$$

A doua ofrandă conține 3 mere și 5 pere și cântărește 1300 g. Scăzând din ea cele 3 mere și 3 pere (900 g), rămân 2 pere care cântăresc

$$1300 - 900 = 400 \text{ g.}$$

Deci o pară cântărește $400 : 2 = 200$ g. Cum o pară și un măr cântăresc împreună 300 g, un măr cântărește

$$300 - 200 = \boxed{100} \text{ g.}$$

Răspuns corect: 100 5p

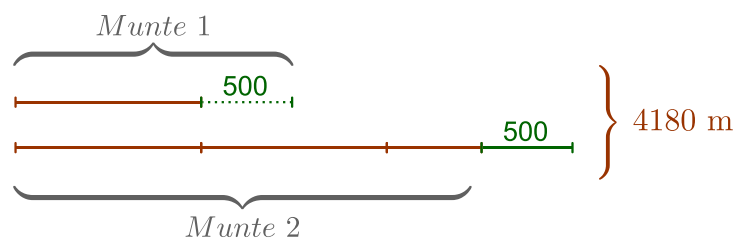
Problema 14 (Vârfurile din Olimp)

Suma înălțimilor a două vârfuri din Munții Olimp este 4180 m. Dacă din înălțimea primului se scad 500 m și se adaugă la al doilea, al doilea ar deveni de 3 ori mai înalt decât primul. Ce înălțime are al doilea munte?



Demonstrație. Folosim metoda figurativă. Din enunț, după ce mutăm 500 m de la primul munte la al doilea, al doilea munte are înălțimea de 3 ori mai mare decât a primului. Reprezentăm grafic:

- înălțimea primului munte minus 500 m ca un segment de o parte;
- înălțimea celui de-al doilea munte plus 500 m ca un segment de 3 părți.



Suma celor 4 părți este chiar suma înălțimilor celor doi munți, fiindcă cei 500 m mutați de la primul la al doilea se anulează. Deci o parte are

$$4180 : 4 = 1045 \text{ m.}$$

Înălțimea celui de-al doilea munte plus 500 m este de 3 părți:

$$3 \times 1045 = 3135 \text{ m.}$$

Așadar înălțimea celui de-al doilea munte este

$$3135 - 500 = \boxed{2635} \text{ m.}$$

Răspuns corect: 5p



Problema 15 (Jocul Nereidelor)

Cele 50 de Nereide, nimfele mării, stau în cerc pe o stâncă și își aruncă, în joacă, o scoică magică. Fiecare nereidă care primește scoica o aruncă mai departe la a șasea nereidă din stânga ei. În timpul jocului, scoica ajunge de 100 de ori la nereida Tetis. Câte nereide nu primesc niciodată scoica?



Demonstrație. Numerotăm pozițiile nereidelor cu 1, 2, ..., 50 în jurul cercului și considerăm că Tetis se află în poziția 1. La fiecare aruncare, scoica înaintează cu 6 poziții. Urmărim drumul scoicii pe cerc:

- **prima parcurgere:** pornind de la 1, scoica ajunge la pozițiile

$$1, 7, 13, 19, 25, 31, 37, 43, 49,$$

adică la toate pozițiile de forma $6k + 1$ (cu $k = 0, 1, 2, \dots, 8$). Sunt 9 poziții. După poziția 49, scoica ajunge la $49 + 6 - 50 = 5$.

- **a doua parcurgere:** scoica ajunge la pozițiile

$$5, 11, 17, 23, 29, 35, 41, 47,$$

adică la toate pozițiile de forma $6k + 5$ (cu $k = 0, 1, 2, \dots, 7$). Sunt 8 poziții. După poziția 47, scoica ajunge la $47 + 6 - 50 = 3$.

- **a treia parcurgere:** scoica ajunge la pozițiile

$$3, 9, 15, 21, 27, 33, 39, 45,$$

adică la toate pozițiile de forma $6k + 3$ (cu $k = 0, 1, 2, \dots, 7$). Sunt 8 poziții. După poziția 45, scoica ajunge la $45 + 6 - 50 = 1$, adică se întoarce la Tetis.

De aici, jocul intră într-o buclă: scoica reia exact aceleași poziții, în aceeași ordine. În total, scoica ajunge la $9 + 8 + 8 = 25$ de nereide (toate pe pozițiile impare). Celelalte

$$50 - 25 = \boxed{25}$$

nereide (cele de pe pozițiile pare) nu primesc niciodată scoica.

Răspuns corect: $\boxed{25}$ 5p



Problema 16 (Amforele Herei)

În templul Herei, 16 amfore cu nectar sunt așezate în cerc în jurul altarului. Numărul de cupe din oricare două amfore vecine diferă cu exact 1. Într-una dintre amfore sunt 5 cupe de nectar, iar în alta sunt 13 cupe. Câte cantități diferite de nectar conțin cele 16 amfore?

- a) 9 b) 10 c) 14 d) 16



Demonstrație. Pentru a trece de la o amforă la o amforă vecină, numărul de cupe crește cu 1 sau scade cu 1.

Diferența dintre amfora cu 5 cupe și amfora cu 13 cupe este de 8 cupe. Pentru a crește cu 8 cupe avem nevoie de cel puțin 8 pași, deoarece la fiecare pas cantitatea crește cu cel mult o cupă.

Pe cerc, de la amfora cu 5 cupe la amfora cu 13 cupe se poate merge în două direcții. Cele două drumuri împreună parcurg întreg cercul, deci au în total 16 pași.

Analizăm cele două drumuri:

- fiecare drum are nevoie de cel puțin 8 pași pentru a crește de la 5 la 13;
- suma lungimilor celor două drumuri este 16;
- rezultă că fiecare drum are exact 8 pași.

Pe fiecare dintre cele două drumuri, toți cei 8 pași trebuie să fie creșteri cu 1, deoarece dacă ar exista chiar și o singură scădere, n-am mai putea ajunge de la 5 la 13 în doar 8 pași.

Așadar, valorile întâlnite pe ambele drumuri, în ordine, sunt:

5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13.

Așadar, cele 16 amfore conțin 9 valori distincte de nectar (valorile 6, 7, 8, 9, 10, 11 și 12 apar fiecare în câte două amfore, iar valorile 5 și 13 apar fiecare într-o singură amforă).

Răspuns corect: a) 5p
□

Problemele 1-16: 16 × 5p = 80p
Puncte acordate din oficiu: 20p
Total: 100p

Timp de lucru: 2 ore