



Olimpiada Națională Gazeta Matematică
(ONGM) 2020-2021
Organizator local Upper.School

Etapa I
Clasa a-VIII-a

- Soluții -

Lioara Ivanovici, Mihaela Berindeanu

§1 Soluții

Problema 1

Rezultatul calculului $\frac{2}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} + \frac{4}{\sqrt{9} + \sqrt{5}}$ este egal cu:

- a) $3 - \sqrt{2}$ b) 3 c) $\sqrt{2}$ d) $\sqrt{5 - \sqrt{3}}$

Răspuns corect: a) 1p

Problema 2

Se consideră mulțimea $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |2x + 5| < 2\}$. Cardinalul mulțimii A este:

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3

Răspuns corect: c) 1p

Problema 3

Dacă $\sqrt{x^2} = \sqrt{72} - \sqrt{18} - \sqrt{8}$ și $x < 0$, atunci x este egal cu:

- a) $-2\sqrt{2}$ b) $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ c) -2 d) $-\sqrt{2}$

Răspuns corect: d) 1p

Problema 4

Fie x un număr natural astfel încât $x = \sqrt{\overline{abc}}$, cu \overline{abc} număr natural de trei cifre. Numărul de valori ale lui x este egal cu:

- a) 20 b) 21 c) 22 d) 23

Răspuns corect: c) 1p

Problema 5

Dacă $x \in [-3, 4]$, valoarea expresiei $E(x) = \sqrt{x^2 + 6x + 9} + \sqrt{x^2 - 8x + 16}$ este egală cu:

- a) 9 b) 16 c) 8 d) 7

Răspuns corect: d) 1p

Problema 6

Dacă $A = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \frac{x^2 + 2x + 2021}{|2x - 1| - 3} \leq 0 \right\}$, atunci A este egală cu:

- a) $[-1, 2]$ b) $(-1, 2)$ c) \mathbb{R} d) \emptyset

Răspuns corect: b) 1p

Problema 7

Fie $E(x) = (x^2 - 4) \left(\frac{4}{4 - x^2} + \frac{1}{2 - x} + \frac{1}{2 + x} \right)$, unde $x \in \mathbb{R} - \{-2, 2\}$. Valoarea numărului $E(2021)$ este egală cu:

- a) -16 b) -8 c) 0 d) 1

Răspuns corect: b) 1p

Problema 8

Dacă $x \in \mathbb{R}$ și $x^2 + 5x + 1 = 0$ atunci expresia $E(x) = x + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} + x^2$ are valoarea:

- a) 17 b) 19 c) 18 d) 20

Răspuns corect: c) 1p

Problema 9

Dacă $A = \sqrt{2^{2022} - 2^{1012} + 1}$, atunci afirmația adevărată este:

- a) $A \in \mathbb{N}$ b) $A \in \mathbb{R} - \mathbb{Q}$ c) $A = 2^{2020}$ d) $A = 2^{2021}$

Răspuns corect: a) 1p

Problema 10

Ana are la fizică notele 6,7 și x , $x \in \mathbb{N}$. Care este cea mai mare valoare pe care o poate lua x știind că la sfârșitul semestrului media la fizică a Anei este 7?

- a) 7 b) 8 c) 9 d) 10

Răspuns corect: c) 1p

Problema 11

Dacă $x, y \in \mathbb{R}$ și $4x^2 + 4y^2 + 16x - 12y + 21 = 0$, atunci x aparține intervalului:

- a) $[0, 4]$ b) $[-3, -1]$ c) $[-4, 4]$ d) $(0, \infty)$

Răspuns corect: b) 1p

Problema 12

Suma valorilor întregi ale lui x pentru care $\frac{\sqrt{7 - 4\sqrt{3}} + \sqrt{4 + 2\sqrt{3}}}{2x - 1} \in \mathbb{Z}$ este egală cu:

- a) 2 b) 3 c) 4 d) 7

Răspuns corect: a) 1p

Problema 13

Dacă $x, y, z \in \mathbb{R}$, $x^2 + y^2 + z^2 = \frac{3}{4}$ și $x + y + z = \frac{3}{2}$, atunci produsul xyz are valoarea:

- a) $\frac{3}{2}$ b) $\frac{3}{4}$ c) $\frac{1}{16}$ d) $\frac{1}{8}$

Răspuns corect: d) 1p

Problema 14

Cel mai mare divizor comun al numerelor $a = n^2 + 4n + 4$ și $b = n^2 + 5n + 6$, unde $n \in \mathbb{N}$ este egal cu:

- a) $2n + 15$ b) $n + 7$ c) $3n + 8$ d) $n + 2$

Răspuns corect: d) 1p

Problemele 15-16 au în comun următorul enunț:

În tetraedrul regulat $ABCD$ considerăm punctul M în interiorul segmentului (BC) . Lungimea laturii tetraedrului este egală cu $\sqrt{2}$ cm.

Problema 15

Numărul planelor distincte determinate de punctele A, B, C, D și M este egal cu:

- a) 4 b) 5 c) 6 d) 8

Răspuns corect: b) 1p

Problema 16

Distanța dintre dreptele AB și CD este egală cu:

- a) $\sqrt{2}$ cm b) $2\sqrt{3}$ cm c) 1 cm d) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ cm

Răspuns corect: c) 1p

Problemele 17-20 au în comun următorul enunț:

Pe planul triunghiului echilateral $\triangle ABC$ cu latura de lungime $AB = 6$ cm se ridică perpendicularele AA' și CC' , $AA' = 6\sqrt{3}$ cm și $CC' = 3\sqrt{3}$ cm de aceeași parte a planului. Dreapta $A'C'$ intersectează planul (ABC) în punctul D .

Problema 17Lungimea segmentului (BD) este egală cu:

- a)
- $6\sqrt{3}$
- cm b)
- $9\sqrt{3}$
- cm c)
- $3\sqrt{3}$
- cm d)
- $15\sqrt{3}$
- cm

Răspuns corect: a) 1p**Problema 18**Distanța de la punctul A' la dreapta BD este egală cu:

- a) 6 cm b) 9 cm c) 12 cm d) 18 cm

Răspuns corect: c) 1p**Problema 19**Centrul cercului circumscris $\triangle ABD$ este:

- a) mijlocul segmentului (
- BD
-) b) mijlocul segmentului (
- AB
-)
-
- c) mijlocul segmentului (
- BC
-) d) punctul
- C

Răspuns corect: d) 1p**Problema 20**Distanța de la punctul C' la dreapta $A'B$ este egală cu:

- a)
- $3\sqrt{2}$
- cm b)
- $3\sqrt{3}$
- cm c)
- $3\sqrt{6}$
- cm d)
- $3\sqrt{7}$
- cm

Răspuns corect: b) 1p**Problemele 21-24 au în comun următorul enunț:**În cubul $ABCD A'B'C'D'$ notăm cu O centrul feței $ABCD$. Distanța de la O la diagonala BC' este de 3 cm.**Problema 21**

Lungimea laturii cubului este egală cu:

- a) 6 cm b)
- $4\sqrt{3}$
- cm c)
- $6\sqrt{2}$
- cm d)
- $2\sqrt{6}$
- cm

Răspuns corect: d) 1p**Problema 22**Măsura unghiului determinat de dreptele BC' și $A'C'$ este egală cu:

- a)
- 60°
- b)
- 90°
- c)
- 45°
- d)
- 75°

Răspuns corect: a) 1p

Problema 23

Distanța dintre dreptele $A'D$ și BC este egală cu:

a) $2\sqrt{6} \text{ cm}$

b) $6\sqrt{2} \text{ cm}$

c) $4\sqrt{3} \text{ cm}$

d) 6 cm

Răspuns corect: a) 1p

Problema 24

Dacă G este centrul de greutate al triunghiului $\triangle ACD'$ atunci lungimea segmentului (DG) este egală cu:

a) $\sqrt{6} \text{ cm}$

b) $3\sqrt{2} \text{ cm}$

c) $2\sqrt{2} \text{ cm}$

d) $6\sqrt{2} \text{ cm}$

Răspuns corect: c) 1p