

Concursul de Matematică Upper.School Ediția 2020

Etapa I

CLASA A-V-A

29 ianuarie 2020

§1 Subiecte

Problema 1

Un număr natural se numește "simetric" dacă are forma \overline{abcba} , cu a, b, c cifre distincte. De exemplu, numărul 72527 este "simetric", dar numărul 72727 nu este "simetric".

- Care este cel mai mare număr "simetric"?
- Câte numere "simetrice" există?
- Calculați suma numerelor "simetrice" divizibile cu 5, care au suma cifrelor egală cu 27.

Problema 2

Rezolvați fiecare dintre următoarele cerințe:

- Care este cel mai mare divizor de două cifre al numărului $n = \overline{aba} + \overline{bab}$ dacă a, b sunt cifre nenule de aceeași paritate?
- Care este cel mai mare divizor număr prim al sumei celor mai mari două numere prime care au câte 2 cifre fiecare?

Problema 3

Rezolvați fiecare dintre următoarele cerințe:

- Care este cel mai mic număr natural nenul, pătrat perfect, care este divizibil cu 2020?
- Câte numere naturale mai mici ca 2020 sunt divizibile cu 6, dar nu sunt divizibile cu 4 sau cu 9?
- Să se determine suma divizorilor primi ai numărului 2020.

Problema 4

Pe tablă este scris numărul 22 de 13 ori, iar numărul 25 este scris de 15 ori. Câte numere trebuie să ștergem astfel încât suma numerelor rămase să fie 398?

Problema 5

Rezolvați fiecare dintre următoarele cerințe:

- Să se determine n pentru care: $20^{2020} = 10^{2000} \cdot 40^{20} \cdot 2^n$
- Numărul $N = 5^{a+2} + 3 \cdot 7^{2a+3} + 3^3 \cdot 5^a + 3^2 \cdot 7^{2a+1} + \overline{75a9}$ este divizibil cu 13. Care este valoarea cifrei a ?

Problema 6

Dacă $n \in \mathbb{N}^*$ se consideră șirul $4^1, 4^2, \dots, 4^{4n+2}$. Se alege din șir doi termeni oarecare, se împarte cel mai mare la cel mai mic dintre acești termeni, iar în șir în locurile celor doi termeni se pune câtul împărțirii obținute. Noului șir i se aplică aceeași operație; se continuă până când rămâne un singur termen. Care este ultima cifră a ultimului număr scris pe tablă?

Problema 7

În fiecare dintre căsuțele unui tabel 2019×2019 scriem 0 sau 1. Care este numărul maxim de cifre de 0 care pot fi plasate astfel încât, pentru orice distribuție a acestora, să existe un 1 care să aibă toți vecinii egali cu el (vecinii sunt considerați și pe diagonală)?

Problema 8

Numerele de la 2 la 50 se colorează în niște culori astfel încât dacă numărul n este colorat cu o culoare atunci orice divizor al lui se colorează cu aceeași culoare.

- Care este cel mai mic număr de culori ce ar putea fi folosit?
- Care este numărul maxim de culori ce poate fi folosit?

Problema 9

Numărul natural a are n cifre, iar a^5 are m cifre. Știind că $m + n = 2019$, care este valoarea lui $m - n$?

Problema 10

Câte numere n au proprietatea că $\frac{n}{2}$ și $2n$ sunt numere naturale de 4 cifre?