

Concursul de Matematică Upper.School Ediția 2020

Etapa I

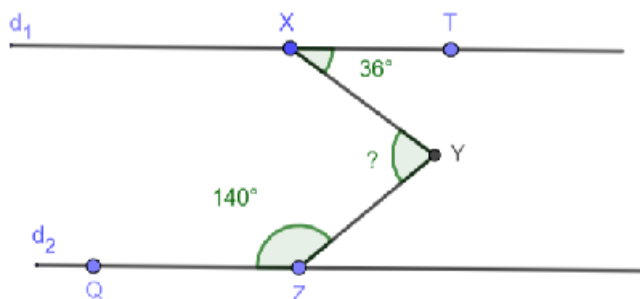
CLASA A-VI-A

29 ianuarie 2020

§1 Subiecte

Problema 1

În figura de mai jos, dreptele d_1 și d_2 sunt paralele, punctul $X \in d_1, T \in d_1, Q \in d_2, Z \in d_2$, iar Y este un punct situat în zona delimitată de cele două drepte astfel încât $m(\angle TXY) = 36^\circ$ și $m(\angle QZY) = 140^\circ$. Care este mărimea unghiului $\angle XYZ$?



Problema 2

Un număr \overline{abc} se numește "misterios" dacă restul împărțirii lui a la b este 1.

- Dacă $a < b$, câte numere "misterioase" există?
- Dacă $a > b$, câte numere "misterioase" există?
- Care este cel mai mare număr "misterios" divizibil cu 6?

Problema 3

Rezolvați fiecare dintre următoarele cerințe:

- x și y sunt numere raționale astfel încât x este $p\%$ din y și y este $4p\%$ din x . Care este valoarea lui p ?
- Cu numerele $1, 2, 3, \dots, 26$ scriem 13 fracții, în care aceste numere apar exact o singură dată fie la numărător, fie la numitor. Care este cel mai mare număr de fracții care au ca valoare un număr natural?

Problema 4

Fie numărul $N = 2020^a + 2020^b + 2020^c$, unde a, b, c sunt numere naturale prime consecutive al căror produs este cel mai mic număr natural de 4 cifre cu ultima cifră nenulă.

- Să se determine numărul de divizori naturali ai numărului $a \cdot b \cdot c$.
- Să se determine numărul de divizori naturali ai numărului $a \cdot b \cdot c + 23$

Problema 5

Rezolvați fiecare dintre următoarele cerințe:

- Fie numărul $n = \overline{1234\dots91011\dots192021}$. Care este suma cifrelor lui n ?
- Fie $A = 10^{2020} - 10^{2019} + 3 \cdot 10^{2018}$. Care este restul împărțirii lui A la 33?

Problema 6

Semidreptele $[OA, [OB, [OC, [OD, [OE, [OF$ și $[OG$ sunt așezate în sens invers acelor de ceasornic, astfel încât $m(\angle AOB) = 36^\circ$, $OC \perp OB$, $\angle COD$ e complementul lui $\angle AOB$, B, O, E sunt coliniare; $[OG$ e bisectoarea $\angle FOA$ și $m(\angle EOF)$ e cu 5° mai mică decât $m(\angle COD)$. Aflați $4 \cdot m(\angle GOA)$

Problema 7

Scriem în ordine crescătoare toate numerele de patru cifre care au produsul cifrelor egal cu 0.

- Care este al 10-lea număr din șir?
- Pe ce loc este 2020 în șir?
- Câte astfel de numere există?

Problema 8

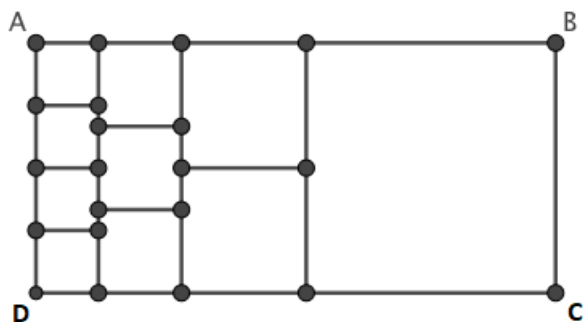
Spunem că un an este "foarte par" dacă în scrierea sa apar patru cifre și toate aceste cifre sunt pare (spre exemplu 2000, 2002, 2004 sunt "foarte pare", iar 2010 nu este).

- Care este cea mai mare distanță posibilă între doi ani "foarte pari" succesivi?
- Este ușor de observat că distanța minimă între doi ani "foarte pari" succesivi este 2. Care este următoarea distanță, în ordinea crescătoare a distanțelor, între doi ani "foarte pari" succesivi?

Observație: Distanța dintre două numere este diferența pozitivă a acestora.

Problema 9

În figura de mai jos este desenat un dreptunghi care este împărțit în 10 pătrate. Determinați lungimea laturii $[AB]$, dacă lungimile laturilor pătratelor sunt numere naturale și au cele mai mici valori posibile.



Problema 10

Numărul natural a are n cifre, iar a^5 are m cifre. Știind că $m + n = 2019$, care este valoarea lui $m - n$?