

Concursul de Matematică Upper.School Ediția 2020

Etapa II

CLASA A-V-A

26 februarie 2020

§1 Soluții

Problema 1

Spunem despre un număr că este "*rotund*" dacă suma cifrelor lui este un număr par.

- Care este cel mai mare număr natural "*rotund*" scris cu trei cifre distincte în baza 10?
- Câte numere naturale, mai mici sau egale cu 2020 sunt "*rotunde*"?

Problema 2

Determinați cel mai mic număr natural cu proprietatea că suma resturilor obținute prin împartirea la 10, 12, 14, 16, 18, 20 este egală cu 84?

Problema 3

În vestiarul școlii sunt 60 de dulapuri așezate pe trei rânduri. Dulapurile, pe fiecare rând, sunt numerotate de la stânga la dreapta cu numere de la 1 la 20 pe rândul de sus, de la 21 la 40 pe rândul din mijloc și de la 41 la 60 pe rândul de jos. Ana, Bogdan și Carla, elevi ai școlii, au dulapurile așezate ca în figură. Fiecare dintre cele trei numere corespunzătoare dulapurilor sunt divizibile cu numărul care reprezintă vârsta lui Dan, fratele geamăn al Carlei. Câți ani are Dan?

...						A		...
...							B	...
...	C							...

Problema 4

În câte moduri putem elimina câteva numere din șirul numerelor naturale cel mult egale cu 100 așa încât suma numerelor rămase să fie egală cu 5040? Atenție: eliminarea numerelor 0,4,6, este aceeași cu 6,0,4.

Problema 5

Câte numere naturale \overline{ab} se împart exact la $2a + 3b$?

Problema 6

Numererele naturale 2020, 12 și n au proprietatea că produsul oricăror două dintre ele este divizibil cu cel de-al treilea număr. Care este cea mai mică valoare posibilă a lui n ?

Problema 7

Pentru care număr natural nenul n cel mai mic multiplu comun al lui n și $n - 30$ este $n + 1320$?

Problema 8

Se consideră șirul 1, 2, 1, 2, 2, 1, 2, 2, 2, 1, 2, 2, 2, 2, 1, ... format astfel: se scrie un șir infinit de 1 și după primul 1 se scrie un 2, după al doilea 1 se scriu doi de 2, după al treilea 1 se scriu trei de 2 și așa mai departe. Se notează fiecare termen al șirului cu a_1, a_2, a_3, \dots .

- a) Câte dintre produsele $a_1 \cdot a_2, a_2 \cdot a_3, \dots, a_{10} \cdot a_{11}$ sunt egale cu 4?
- b) Care este valoarea sumei $a_1a_2 + a_2a_3 + a_3a_4 + \dots + a_{2019}a_{2020}$?

Problema 9

Ana și Carina colorează pătrățelele unei table cu 2020 linii și 2020 coloane. Tabla este împărțită în pătrățele unitate (de latura 1), în total 2020^2 pătrățele. Pătrățelele sunt numerotate plecând din colțul stânga sus pe linie după modelul următor:

1	2	3	...	2020
2021	2022	2023	...	4040
...

Ana își alege un număr natural și calculează suma dintre cubul și pătratul acestuia, iar dacă rezultatul obținut este mai mic sau egal cu 2020^2 colorează cu roșu pătrățul care este numerotat cu numărul astfel găsit. Și Carina alege un număr natural c și calculează suma dintre triplul lui c și succesorul pătratului lui c , iar dacă rezultatul este mai mic sau egal cu 2020^2 colorează în albastru pătrățul care este numerotat cu numărul astfel găsit. Fiecare dintre fete colorează pătrățul, chiar dacă a mai fost colorat anterior de cealaltă fată.

- Care este cel mai mare număr al unui pătrățul care ar putea fi colorat?
- Care este numărul maxim de pătrățele care ar putea fi colorate și în roșu și în albastru după regulile jocului de mai sus?

Problema 10

Spongebob a fost rugat de Domnul Krabs să facă turtițe Krabby pentru petrecerea de 1 martie, la care vor participa foarte mulți invitați. Ajutat de melcul Gary, el face o turtiță cu maioneză, apoi două turtițe cu ketchup, altele trei cu muștar și pleacă în pauză. În pauză, Plankton vine și fură 4 turtițe. Văzând că au dispărut turtițele, cei doi se reapucă de treabă și fac 5 turtițe cu maioneză, 6 cu ketchup, 7 cu muștar, pleacă în pauză, iar Plankton fură 8 turtițe și se continuă tot așa. De fiecare dată Plankton fură cu 4 turtițe mai mult față de data anterioară, iar după fiecare furt, Spongebob și melcul Gary fac cu câte 4 turtițe mai mult din fiecare fel față de data anterioară. Supărat pe furturile lui Plankton, Spongebob a împachetat cele 702 turtițe rămase și le-a servit la petrecere. Câte turtițe a reușit să fure Plankton?

Alexandru Bogdan Covăcescu, elev clasa VI, ICHB
 Eduard Andrei Bănățeanu, elev clasa VI, ICHB