

Concursul de Matematică Upper.School Ediția 2020

Etapa II

CLASA A-VI-A

26 februarie 2020

§1 Soluții

Problema 1

Rezolvați fiecare dintre următoarele cerințe:

- Care este cel mai mic număr natural de 3 cifre \overline{abc} cu proprietatea că $b = \frac{a+c}{2}$?
- Câte numere naturale de trei cifre \overline{abc} au proprietatea că $b = \frac{a+c}{2}$?

Problema 2

Lucrând singur "expertul" poate vopsi singur o mașină în trei zile, "priceputul" execută aceeași lucrare în patru zile, iar "amatorul" în șase zile. Lucrând împreună pentru a vopsi patru mașini și lucrând în ritmul propriu cei trei muncitori vor vopsi cele patru mașini în $\frac{m}{n}$ zile, unde m și n sunt numere naturale nenule prime între ele. Care este valoarea sumei $m + n$?

Problema 3

Fie a, b, c, d , numere naturale nenule astfel încât:

$$\frac{1}{a^3} = \frac{512}{b^3} = \frac{125}{c^3} = \frac{d}{(a+b+c)^3}.$$

Să se determine valoarea numărului d .

Problema 4

Câte perechi (a, b) de numere naturale, cu $a \neq b$ există dacă numărul $\frac{50688}{a+b}$ este egal cu o putere impară a lui 2?

Problema 5

Pe tablă sunt scrise n numere naturale nenule, distincte, cel mult egale cu 2020, cu proprietatea că suma oricăror trei dintre ele este divizibilă cu 39. Care este cea mai mare valoare a numărului n ?

Problema 6

Care este cel mai mic multiplu al numărului 9999 care nu conține nicio cifră de 9?

Problema 7

Vom nota cu $upp(n)$ cel mai mic pătrat perfect mai mare sau egal decât numărul n . De exemplu $upp(0) = 0$, $upp(1) = 1$, $upp(2) = upp(3) = upp(4) = 4$.

- Care este cea mai mică valoare a lui n pentru care $upp(n) = 2025$?
- Pentru câte valori ale lui n valoarea lui $upp(3n + 1) = 900$?

Problema 8

Care este restul împărțirii numărului

$$9 \cdot 99 \cdot 999 \cdot \dots \cdot \underbrace{999 \dots 9}_{\text{de 2021 de ori}}$$

la 1000?

Problema 9

Se dă mulțimea $A = \{n \in \mathbb{N} \mid s(n) \cdot p(n) = 452\}$, unde $s(n)$ este suma cifrelor numărului n , iar $p(n)$ este produsul cifrelor numărului n ?

- Câte cifre are cel mai mare element al mulțimii A ?
- Câte elemente are mulțimea A ?

Problema 10

Care este cel mai mic număr natural n scris în baza 10 pentru care n și $n + 3$ au ambele suma cifrelor numere divizibile cu 7.