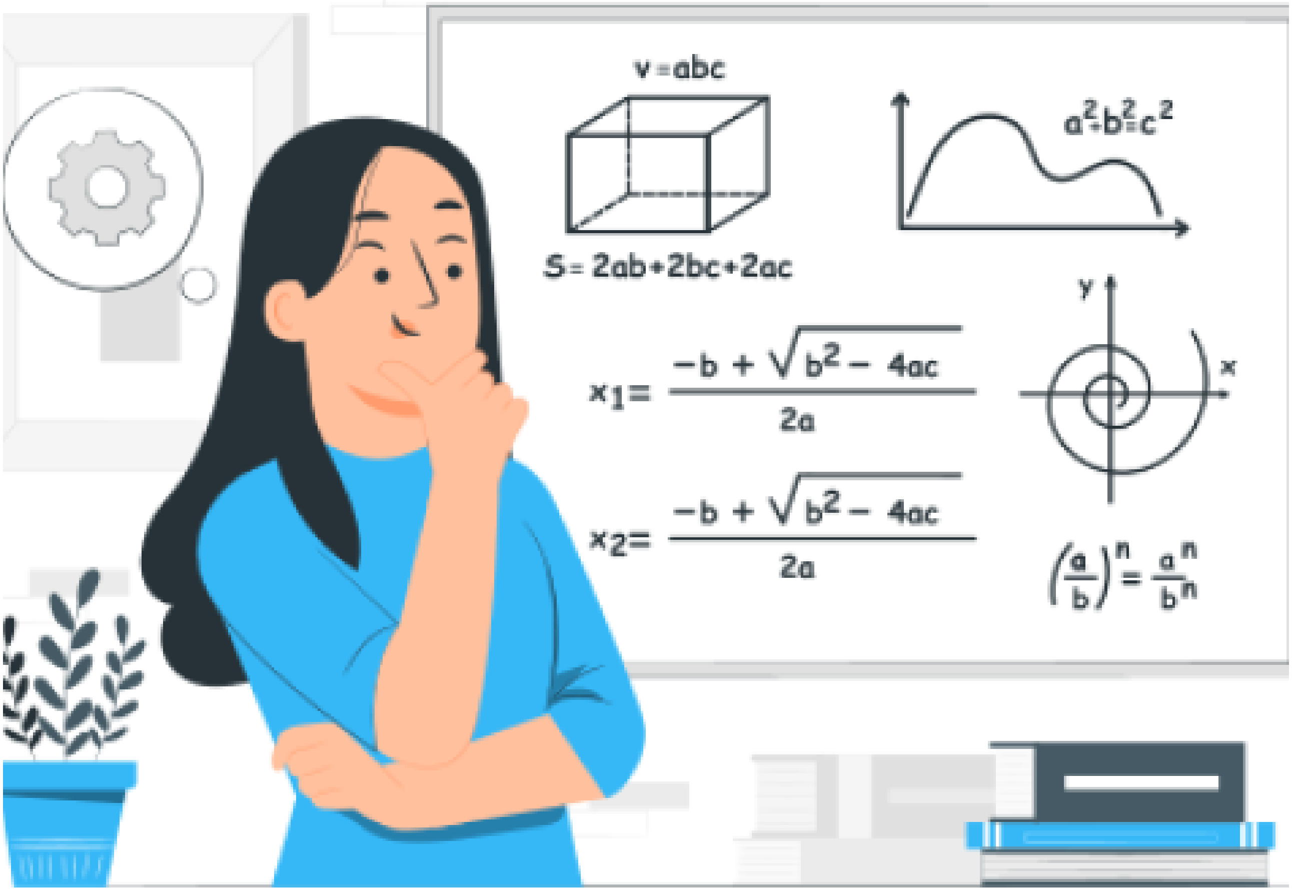

Concursul de matematică Upper.School
Ediția 2022-2023

Etapa I
Clasa a VIII-a

- Subiecte -
Lioara Ivanovici

§1 Subiecte

Problema 1

Valoarea numărului

$$a = \left|1-\sqrt{3}\right| - \left|\sqrt{3}-2\right| - \left|3-2\sqrt{3}\right| + \left|5-3\sqrt{3}\right| + 3\left|\sqrt{3}-3\right|$$

este egală cu:

a) $6\sqrt{3}$ b) $3\sqrt{3}-2$ c) 4 d) -9

Problema 2

Se consideră mulțimea $A = \{x \in \mathbb{R} \mid \quad |-x+35| \leq 21\}$. Atunci A este:

a) $[-35; 21]$ b) $[-56; -14]$ c) $[14; 56]$ d) $(3; 7]$

Problema 3

Numărul de soluții reale ale ecuației

$$|1-|x-1|-x| = 2$$

este egal cu:

a) 0 b) 1 c) 2 d) 4

Problema 4

Cel mai mare număr natural n pentru care $n\sqrt{3} < 7\sqrt{2}$ este egal cu:

a) 3 b) 7 c) 2 d) 5

Problema 5

Se consideră intervalul de numere reale $A = \left(-\sqrt{5}, \frac{1-3a}{4}\right]$. Valoarea numărului a pentru care mulțimea $A \cap [1, +\infty)$ are un singur element este egală cu:

a) 1 b) -1 c) 2 d) $\frac{1}{3}$

Problema 6

Considerăm mulțimea

$$X = \left(-\infty, \sqrt{3}\right) \cap \left(\sqrt{2}, +\infty\right) \cap \mathbb{Z}.$$

Selectați afirmația adevărată dintre cele de mai jos.

a) X este nevidă b) X are un element

c) $X = \emptyset$ d) X are o infinitate de elemente

Problema 7

Fie $ABCD$ un tetraedru regulat și M, N, P, Q și R mijloacele muchiilor AB, BC, CD, DA și BD. Care dintre următoarele afirmații este falsă:

a) $MNPQ$ este paralelogram

b) $m(\angle MN, RQ) = 60°$

c) $MNPQ$ este trapez isoscel

d) $MNPQ$ este romb.

Problema 8

În triunghiul dreptunghic isoscel $\triangle ABC$ cu $AB = AC$ notăm cu G centrul de greutate al triunghiului și cu H ortocentrul triunghiului. Știind că $BC = 12$ cm, să se determine lungimea segmentului (GH).

a) 2 cm

b) 4 cm

c) 6 cm

d) 8 cm

Problema 9

În triunghiul isoscel $\triangle ABC$ cu $AB = AC$ se consideră mijloacele laturilor (AB), respectiv (AC) pe care le notăm cu D, respectiv E. Să se determine aria triunghiului $\triangle ABC$ știind că $BD = 12$ cm și $BE = 12\sqrt{3}$ cm.

a) $96\sqrt{3}$ cm^2

b) $48\sqrt{3}$ cm^2

c) $72\sqrt{3}$ cm^2

d) $144\sqrt{3}$ cm^2

Problema 10

Se consideră numărul

$$a = \sqrt{7} + \sqrt{5} - 2\sqrt{6}.$$

Afirmația corectă este:

a) $a \in \mathbb{Z}$

b) $a > 0$

c) $a < 0$

d) $a = 0$

Problema 11

Suma soluțiilor reale ale ecuației $79 - 2(x+1)^2 = 47$ este egală cu:

a) 0

b) -2

c) $-2\sqrt{2}$

d) 7

Problema 12

Numerele reale x și y sunt soluții ale ecuației $|x-3| + \sqrt{9y^2 + 6y + 1} = 0$. Valoarea expresiei y^x este egală cu:

a) $\frac{1}{27}$

b) 27

c) -27

d) $-\frac{1}{27}$

Problema 13

Fie $x^2+xy+x=14$ și $y^2+xy+y=28$, unde $x, y \in \mathbb{N}$. Determinați suma numerelor x și y.

a) 9 b) 8 c) 7 d) 6

Problema 14

Numerele întregi a, b și c verifică relațiile $a+5=b$, $5+b=c$, $b+c=a$. Valoarea numărului b este egală cu:

a) 5 b) 10 c) -10 d) -5

Problema 15

Valoarea numărului $N=(2+3)\left(2^2+3^2\right)\left(2^4+3^4\right)\left(2^8+3^8\right)\left(2^{16}+3^{16}\right)\left(2^{32}+3^{32}\right)\left(2^{64}+3^{64}\right)$ este egală cu:

a) $3^{128}-2^{128}$ b) $3^{128}+2^{128}$ c) $3^{64}-2^{64}$ d) $3^{127}-2^{127}$

Problema 16

În pătratul $ABCD$ se consideră punctele $E \in (AB)$, $H \in (AD)$, astfel încât $AE=AH$. Se consideră punctele I și J pe segmentul (EH) și $F \in (BC)$, $G \in (CD)$, astfel încât $FI \perp EH$ și $GJ \perp EH$. Știind că ariile patrulaterelor $BEIF$, $DHJG$, a pentagonului $IJGCF$ și a triunghiului $\triangle AEH$ sunt fiecare egală cu 1 cm^2, să se afle valoarea pentru FI^2.

a) $1+\sqrt{2}$ b) $\dfrac{7}{3}$ c) $8-4\sqrt{2}$ d) $\dfrac{1}{2}+\sqrt{2}$

Problemele 1-16: .... $16 \times 5p = 80p$
Puncte acordate din oficiu: .... $20p$
Total: .... $100p$

Timp de lucru: .... 2 ore