



Concursul de matematică Upper.School  
Ediția 2022

Etapa III  
Clasa a V-a

- Subiecte -  
Lioara Ivanovici

## §1 Subiecte

**Problema 1** a) Să se arate că nu putem pune în vârfurile unui cub 8 numere distincte din șirul de numere naturale consecutive  $n, n + 1, n + 2, \dots, n + 12$ , astfel încât suma numerelor din oricare două vârfuri unite printr-o muchie a cubului să fie divizibilă cu 2.

b) Pentru care valori ale lui  $n$  se pot pune în vârfurile unui cub 8 numere distincte din șirul de pătrate perfecte consecutive  $n^2, (n + 1)^2, (n + 2)^2, \dots, (n + 10)^2$  astfel încât diferența numerelor din oricare două vârfuri unite printr-o muchie a cubului să fie divizibilă cu 3?

### Problema 2

Pe o tablă sunt scrise numerele de la 1 la 100. Ana și Bogdan joacă un joc în care cei doi fac mutări alternativ, prima care mută este Ana. O mutare constă din a alege un număr natural  $n > 1$  dintre cele scrise pe tablă, a-l scrie sub forma  $a + b$ , cu  $a, b$  numere naturale nenule, apoi de a șterge de pe tablă numărul  $a + b$  și a scrie pe tablă numerele  $a$  și  $b$ . Jucătorul care nu mai poate muta, pierde. Care dintre copii are strategie de câștig, indiferent de cum va juca celălalt și care este aceasta?

Andrei Eckstein

### Problema 3

Determinați numerele naturale  $\overline{ab}$  și  $\overline{cd}$ , știind că  $\overline{abcd} = \overline{ab} + \overline{cd}^n$ , unde  $n$  este număr natural.

### Problema 4

Unele dintre cele 2022 cutii mari din cămară conțin câte 338 cutii medii fiecare. Unele dintre cutiile medii conțin câte 338 cutii mici fiecare. Dacă există 5392 cutii goale, câte cutii sunt în total?

**Problemele 1-4:** .....  $4 \times 7p = 28p$

**Puncte acordate din oficiu:** .....  $0p$

**Total:** .....  $28p$

**Timp de lucru:** ..... 3 ore