



**Concursul de matematică Upper.School
Ediția 2022**

**Etapa III
Clasa a VII-a**

**- Subiecte -
Lioara Ivanovici**

§1 Subiecte

Problema 1

Considerăm $ABCD$ un pătrat. Fie punctul E pe latura (AB) și fie punctul F pe latura (AD) astfel încât $CE = EF$. Considerăm punctul M pe segmentul (AE) cu proprietatea că $m(\angle EFM) = m(\angle BCE)$. Să se arate că măsura unghiului $\angle BCM$ este egală cu jumătate din măsura unghiului $\angle AMF$.

Dinu Șerbănescu

Problema 2

În triunghiul ascuțitunghic $\triangle ABC$ considerăm punctele $M \in (AB)$ și $N \in (AC)$, astfel încât $AM = AN$. Fie $\{O\} = BN \cap CM$. Dacă $(BO) \equiv (CO)$, atunci triunghiul $\triangle ABC$ este isoscel.

Marius Mîinea

Problema 3

Notăm cu $\tau(k)$ numărul tuturor divizorilor (pozitivi) ai numărului natural k . Aflați cel mai mic număr natural n astfel încât cel mai mare divizor comun al lui $\tau(n)$ și al lui $\tau(n^3)$ nu este o putere a lui 2.

Se știe că, dacă descompunerea în factori primi a unui număr natural n este $n = p_1^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdot \dots \cdot p_k^{\alpha_k}$, unde $p_1 < p_2 < \dots < p_n$, atunci numărul de divizori este egal cu $\tau(n) = (\alpha_1 + 1) \cdot (\alpha_2 + 1) \cdot \dots \cdot (\alpha_k + 1)$.

Problema 4

Vom numi *secvență de lungime n* un n -uplu de numere naturale nenule, nu neapărat distincte, cu suma $2S$. Vom numi **separator** al *secvenței de lungime n* un număr natural k dacă putem alege k dintre cele n numere din *secvență* care să aibă suma egală cu S .

- Câte numere **separatoare** are *secvența* 1, 1, 1, 1, 2, 2?
- Care este numărul maxim de numere **separatoare** pe care le poate avea o *secvență de lungime n* convenabil aleasă.

Problemele 1-4: $4 \times 7p = 28p$

Puncte acordate din oficiu: $0p$

Total: $28p$

Timp de lucru: 4 ore