



**Concursul de matematică Upper.School
Ediția 2022**

**Etapa III
Clasa a VIII-a**

**- Subiecte -
Lioara Ivanovici**

§1 Subiecte

Problema 1

Fie a, b, c numere reale pozitive, astfel încât $a + b + c = 6$. Demonstrați că are loc inegalitatea

$$(10 - a)(10 - b)(10 - c) \geq (\sqrt{a} + \sqrt{2})^2 (\sqrt{b} + \sqrt{2})^2 (\sqrt{c} + \sqrt{2})^2.$$

Mihaela Berindeanu

Problema 2

Fie $ABCD$ un tetraedru în care $AB = 1$, $AC = 4$ și $BD = 4$. Știind că există un punct egal depărtat de mijloacele celor șase muchii ale tetraedrului, să se calculeze lungimea segmentului (CD) .

Problema 3

Fie x și y numere întregi pozitive. Determinați numărul perechilor (x, y) , astfel încât $x + y \leq 100$ și pentru care expresia

$$\frac{x^3 + y^3 - x^2y^2}{(x + y)^2}$$

este număr întreg.

Problema 4

Pe o tablă este desenat un poligon convex cu 2015 de vârfuri și toate diagonalele sale sunt trasate. Alex și Bogdan joacă următorul joc.

Pe rând, fiecare băiat șterge orice număr de la 1 la 10 de laturi adiacente ale poligonului sau orice număr de la 1 la 9 de diagonale (nu neapărat din același vârf). Jucătorul care nu mai poate face o mișcare pierde. Alex începe primul. Care dintre băieți poate câștiga jocul indiferent de cum joacă celălalt băiat? Care este strategia câștigătoare?

”Formula of unity” / ”The third millenium”
2014/2015 – Runda a doua

Problemele 1-4: $4 \times 7p = 28p$

Puncte acordate din oficiu: $0p$

Total: $28p$

Timp de lucru: 4 ore