

Concursul de Matematica Upper.School Kids, editia 2021



Se adreseaza copiilor din clasele a III-a si a IV-a

2 etape

- 12 decembrie 2020 – etapa I
- 28 martie 2021 – etapa II

Concursul se desfasoara intre orele **8:00** si **20:00**

Din momentul inceperii participantul are **2 ore** la dispozitie

Pentru inscriere accesati link-ul <https://upper.school/concursuri>

Inscrierea are loc pana la data de **12 decembrie 2020**



UPPER.SCHOOL

Platforma software personalizata, echipa de dezvoltare software dedicata

LEARN MORE, GET UPPER

<https://upper.school>

Concursul de matematică Upper.School Kids Ediția 2021

Etapa II Clasa a-IV-a

- Soluții -

Lioara Ivanovici - București
Mihaela Berindeanu - București
Cristina Văcărescu - Constanța
Adina Grigoraș - Suceava

§1 Soluții

Problema 1

Care este cel mai mare număr scris cu 6 cifre distincte și care are suma cifrelor număr par?

Demonstrație.

Pentru a fi cât mai mare, numărul are la cifra sutelor de mii cea mai mare valoare posibilă, adică 9, la cifra zecilor de mii pe 8 și continuăm raționamentul pentru cifra miilor și a sutelor. La zeci alegem pe 5 și la unități pentru a respecta condiția ca suma cifrelor să fie număr par o alegem pe 3. Numărul căutat este $\boxed{987653}$.

Răspuns corect: $\boxed{987653}$ 5p



Problema 2

Cinci maimuțe mănâncă cinci banane în cinci minute. Câte banane mănâncă zece maimuțe în zece minute?



Demonstrație.

O maimuță mănâncă o banană în 5 minute, deci în 10 minute o singură maimuță mănâncă 2 banane. În 10 minute 10 maimuțe mănâncă $10 \times 2 = \boxed{20}$ banane.

Răspuns corect: $\boxed{20}$ 5p



Problema 3

Două furnici adună grăunțe pentru iarnă. O furnică adună 6 grăunțe pe zi, iar surioara ei de trei ori mai puține. În câte zile au adunat cele două furnici 48 de grăunțe?



Demonstrație.

O furnică adună 6 grăunțe pe zi, iar surioara ei adună câte $6 : 3 = 2$ grăunțe pe zi. Într-o zi, cele două furnici adună $6 + 2 = 8$ grăunțe, deci vor avea nevoie de $48 : 8 = \boxed{6}$ zile pentru a aduna 48 de grăunțe.

Răspuns corect: $\boxed{6}$ 5p



Problema 4

Pentru câte numere de trei cifre este adevărată următoarea afirmație?
 "După ștergerea cifrei unităților, obținem un număr mai mic decât 15."

Demonstrație.

Numerele de trei cifre sunt de forma \overline{abc} , unde a este o cifră nenulă. Dacă ștergem cifra unităților, numărul \overline{ab} trebuie să fie mai mic decât 15, adică poate lua valorile 10, 11, 12, 13, 14. Atunci, pentru fiecare număr de forma $\overline{10c}$, $\overline{11c}$, $\overline{12c}$, $\overline{13c}$, $\overline{14c}$ putem găsi 10 soluții, adică vor fi în total $5 \times 10 = \boxed{50}$ numere cu proprietatea cerută.

Răspuns corect: $\boxed{50}$ 5p

Problema 5

Patrick alege două fructe diferite pentru o gustare. Opțiunile sale sunt: un măr, o portocală, o banană și o piersică. În câte moduri diferite ar putea să își aleagă gustarea?



Demonstrație.

Patrick ar putea alege dintre următoarele perechi de gustări: măr și portocală, măr și banană, măr și piersică, portocală și banană, portocală și piersică, banană și piersică. Prin urmare, există $\boxed{6}$ perechi de gustări diferite pe care Patrick le poate alege.

Răspuns corect: $\boxed{6}$ 5p

Problema 6

Daniel a decis să își cheltuiască cele 64 de monede pe care le are în pușculiță. De fiecare dată când ajunge la pușculiță, scoate jumătate din monedele care se găsesc în pușculiță. De câte ori trebuie să scoată monede din pușculiță astfel încât în pușculiță să rămână exact o monedă?



Demonstrație.

De fiecare dată când Daniel ajunge la pușculiță, scoate jumătate din monedele care sunt în ea. Dacă scoate jumătate din monede, atunci cealaltă jumătate a monedelor rămâne în pușculiță. Atunci, va scoate pe rând 32, 16, 8, 4, 2, 1 monede mergând de 6 ori. Pentru ca exact o monedă să rămână în pușculiță, Daniel trebuie să ajungă și să scoată monedele din pușculiță de $\boxed{6}$ ori.

Răspuns corect: 5p

Problema 7

În grădina fermecată a Trandafirilor există 1232 de trandafiri care încă nu au înflorit și 1168 de trandafiri care au înflorit. În fiecare zi înfloresc 4 trandafiri noi iar cei care sunt deja înfloriți nu se ofilesc niciodată. După câte zile trandafirii înfloriți și trandafirii neînfloriți sunt în număr egal?



Demonstrație.

Trandafirii care sunt înfloriți și trandafirii care nu sunt încă înfloriți sunt în total $1232 + 1168 = 2400$. Numărul trandafirilor înfloriți trebuie să se mărească cu $2400 : 2 - 1168 = 32$ și cum în fiecare zi înfloresc 4 trandafiri este nevoie de $32 : 4 = \boxed{8}$ zile.

Răspuns corect: 5p

Problema 8

Carla are 30 de invitați la petrecere. Carla le oferă invitaților săi 100 de prăjiturile. Fiecare fată primește 2 prăjituri și fiecare băiat 4 prăjituri. Câți băieți sunt invitați?



Demonstrație.

Deoarece fiecare fată primește 2 prăjituri și fiecare băiat primește 4 prăjituri, fiecare din cei 30 de invitați ai Carlei primește cel puțin 2 prăjituri. Dacă Carla începe să le dea celor 30 de invitați, exact 2 prăjituri, atunci Carla va împărți $30 \times 2 = 60$ de prăjituri. Pentru că are 100 de prăjituri pentru a servi, atunci ea are $100 - 60 = 40$ de prăjituri rămase de dat pentru băieți. Cu toate acestea, fiecare fată și-a primit deja cele două prăjituri, întrucât tuturor celor 30 de invitați li s-au dat 2 prăjituri. Așadar, restul de 40 de prăjituri trebuie să fie împărțite băieților. Fiecare băiat trebuie să primească 4 prăjituri și a primit deja 2 prăjituri. Prin urmare, fiecare băiat trebuie să primească încă 2 prăjituri. Deoarece au rămas 40 de prăjituri și fiecare băiat mai primește 2 dintre aceste prăjituri, atunci sunt $40 : 2 = \boxed{20}$ de băieți.

Răspuns corect: 5p

Problema 9

În Poiana Fermecată spiridușii s-au prins în horă. Unii spiriduși au 4 aripi și 7 mustăți portocalii, alții nu au aripi, dar au câte 11 mustăți roz. Câți spiriduși s-au prins în horă dacă bufnița a numărat în total 101 de mustăți și 20 de aripi?

a) 11

b) 9

c) 15

d) 18

*Demonstrație.*

Cele 20 de aripi sunt ale spiridușilor cu mustăți portocalii. Cum $20 : 4 = 5$ înseamnă că 5 spiriduși au mustăți portocalii, iar numărul lor total de mustăți este $5 \times 7 = 35$. Spiridușii cu mustăți roz au în total $101 - 35 = 66$ mustăți, iar numărul lor este $66 : 11 = 6$. Numărul de spiriduși este $5 + 6 = \boxed{11}$.

Răspuns corect: a) 5p

Problema 10

Daniel are 9 carduri, fiecare a câte 2 euro. Sora sa Rodica are 12 carduri, fiecare a câte 5 euro. Care este numărul minim de carduri pe care trebuie să le schimbe cei doi copii, astfel încât la sfârșit să aibă sume egale de bani pe carduri? (La fiecare schimb, Daniel dă un card Rodicăi și, în același timp, Rodica îi dă un card lui Daniel).

a) 4

b) 5

c) 6

d) 7

Demonstrație.

Valoarea totală a cardurilor celor 2 copii este egală cu $9 \times 2 + 12 \times 5 = 78$ euro. În urma schimburilor fiecare copil trebuie să aibă câte $78 : 2 = 39$ euro. La fiecare schimb, Daniel primește încă $5 - 2 = 3$ euro și, deoarece la început are 18 euro, el trebuie să mai primească carduri în valoare echivalentă de $39 - 18 = 21$ euro. Acest lucru se poate realiza în cel mai puțin $21 : 3 = \boxed{7}$ schimburi.

Răspuns corect: d) 5p

Problema 11

Am pregătit pentru colegii mei trei pungi pline de dulciuri. Prima pungă conține cu 4 dulciuri mai puțin decât numărul total de dulciuri din celelalte două pungi. A doua pungă conține cu 8 dulciuri mai puțin decât numărul total de dulciuri din prima pungă și a treia pungă. Câte dulciuri sunt în a treia pungă?

- a) 32 b) 4 c) 6 d) 12



Demonstrație.

Dacă am a dulciuri în prima pungă, b dulciuri în a doua pungă și c dulciuri în a treia pungă, atunci $a = b + c - 4$ și $b = a + c - 8$. Adunând cele două relații găsim $c = \boxed{6}$.

Răspuns corect: 5p



Problema 12

Codul unui seif este alcătuit din toate cifrele care se împart exact la 4, fără ca nicio cifră să se repete. Care este numărul maxim de încercări eșuate pe care putem să le facem înainte de a sparge codul?

- a) 5 b) 10 c) 23 d) 24



Demonstrație.

Cifrele care se împart exact la 4 sunt 0, 4 și 8. Prin urmare, toate codurile posibile ar fi: 048,084,408,480,804,840. În cel mai rău caz, am sparge codul după ce am făcut încercări eșuate, codul corect fiind a șasea combinație posibilă.

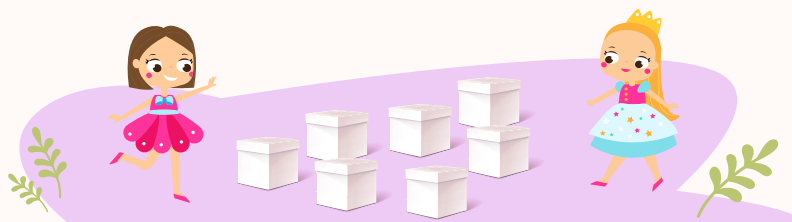
Răspuns corect: 5p



Problema 13

La concursul de primăvară, echipa formată din Ana și Bianca a câștigat 7 cutii cu prăjituri. Fiecare cutie are un număr diferit de prăjituri: prima cutie are o prăjitură, a doua cutie are 2 prăjituri, și tot așa până la ultima cutie care are 7 prăjituri. În câte moduri diferite își poate alege Ana cutiile, astfel încât fiecare fată să primească același număr de prăjituri?

- a) 7 b) 8 c) 9 d) 10



Demonstrație.

Numărul total de prăjituri este $1 + 2 + \dots + 7 = 28$. Pentru a-și alege câte jumătate din ele, adică 14, trebuie să împărțim prăjiturile în două părți egale. Ideea principală este de a-l scrie pe 14 ca sumă de numere distincte, unul dintre ele fiind 7.

$$14 = 7 + 6 + 1 = 7 + 5 + 2 = 7 + 4 + 3 = 7 + 4 + 2 + 1.$$

Ana își poate alege cutiile astfel:

- $7 + 6 + 1$ sau $2 + 3 + 4 + 5$
- $7 + 5 + 2$ sau $1 + 3 + 4 + 6$
- $7 + 4 + 3$ sau $1 + 2 + 5 + 6$
- $7 + 4 + 2 + 1$ sau $3 + 5 + 6$

Ana își poate alege cutiile în moduri diferite.

Răspuns corect: 5p



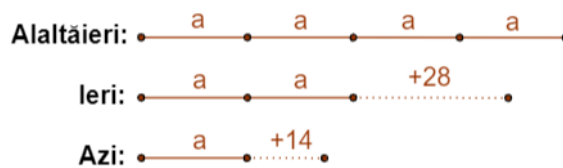
Problema 14

Într-o dimineață veselă de primăvară un copăcel se gândea: "În fiecare zi, după amiază, îmi înfloresc noi flori. Ieri mi-au înflorit cu 28 mai multe flori față de jumătate din câte aveam în total alaltăieri. Dacă am noroc și azi îmi vor înflori jumătate din câte mi-au înflorit ieri, atunci la sfârșitul zilei de azi voi avea în total 1372 de flori." Voi știți câte flori avea în acea dimineață copacul?

- a) 846 b) 1168 c) 259 d) 1898



Demonstrație.



7 segmente la care se adaugă $28 + 14 = 42$ valorează 1372. Așadar, 7 segmente valorează $1372 - 42 = 1330$. Un segment valorează $1330 : 7 = 190$. Întrucât copacul înflorește după amiaza, în acea dimineață numărul de flori era $4 \times 190 + 2 \times 190 + 28 = \boxed{1168}$.

Răspuns corect: b) 5p

Problema 15

Înlocuiți în grila de mai jos semnul de întrebare cu cifra necesară pentru ca suma numerelor din oricare 4 căsuțe alăturate să fie 11.

- a) 1 b) 5 c) 2 d) 3

1			2		?					3
----------	--	--	----------	--	----------	--	--	--	--	----------

Demonstrație.

Numărăm căsuțele de la stânga la dreapta. În prima căsuță este 1, în a doua este a și, pentru că suma oricăror patru alăturate este 11, în a treia este $8 - a$. În a patra căsuță este 2, în a cincea este tot 1 pentru că suma căsuțelor 2, 3, 4 și 5 este tot 11. În a șasea este a și observăm că numerele se repetă. Completând grila până la capăt vom obține că în ultima căsuță este $8 - a$, care este egal cu 3. Valoarea lui a este egală cu 5.

Răspuns corect: b) 5p

Problema 16

Într-o cutie sunt cartonașe pe care am scris toate numerele de câte trei cifre, pe fiecare cartonaș este scris un alt număr. Care este numărul minim de cartonașe pe care trebuie să le extragem pentru a fi siguri că am extras două care au aceeași sumă a cifrelor?

- a) 24 b) 10 c) 15 d) 28

Demonstrație.

Cea mai mică valoare pe care o poate lua suma cifrelor unui număr de 3 cifre este 1 și se obține pentru un singur număr, 100. Cea mai mare valoare este 27 și se obține pentru numărul 999. Se pare că numerele de 3 cifre au sumele cifrelor de la 1 la 27. Mai este necesar să dăm și un exemplu de numere care acoperă toate valorile.

Numerele 100, 101, 102, ..., 109 au sumele cifrelor de la 1 la 10. Următoarele numere consecutive dau aceleași valori, așa încât este bine să căutăm printre numerele mai mari. Cu numerele 191, 192, ..., 199 avem exemplu pentru sumele cifrelor de la 11 la 19. În final, cu numerele 992, 993,

..., 999 obținem și valorile de la 20 la 27.

În cel mai rău caz vom extrage 27 de cartonașe care au sumele cifrelor egale cu toate numerele naturale de la 1 la 27, iar cartonașul cu numărul $\boxed{28}$ va avea scris pe el un număr cu suma cifrelor egală cu unul dintre cele 27 extrase mai înainte.

Răspuns corect: \boxed{d} 5p

Problemele 1-16: $16 \times 5p = 80p$

Puncte acordate din oficiu: 20p

Total: 100p