



Concursul de Matematică Upper.School Kids Ediția 2022

Etapa II
Clasa a IV-a

- Soluții -
Lioara Ivanovici

§1 Soluții

Problema 1

Produsul $60 \times 60 \times 24 \times 7$ reprezintă:

- a) secundele dintr-o săptămână b) minutele dintr-o săptămână
c) secundele din 24 de săptămâni d) secundele din 7 ore

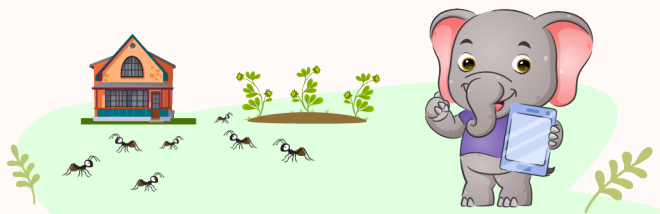
Demonstrație. O săptămână are 7 zile, o zi are 24 ore, o oră are 60 minute, un minut are 60 secunde. Numărul total de secunde dintr-o săptămână se calculează prin operația $60 \times 60 \times 24 \times 7$. Varianta corectă de răspuns este .

Răspuns corect: 5p



Problema 2

Elefantul Cici are pe iPad o aplicație care îi numără pașii parcurși, îi înmulțește cu lungimea unui pas și afișează la final distanța parcursă. Într-o zi, Cici a plecat spre casa furnicuțelor, dar la jumătatea drumului și-a dat seama că a uitat aprinsă lumina la baie. S-a întors, a stins lumina și când s-a uitat pe telefon tocmai a aflat că a parcurs 9 km. La ce distanță este casa furnicuțelor față de casa lui Cici?



Demonstrație. Cici a mers spre casa furnicuțelor jumătate din drum și apoi, în sens invers, a parcurs același drum, adică tot o jumătate din drum. În total, Cici a parcurs drumul întreg, jumătate într-un sens și jumătate în celălalt sens, adică 9 km. Lungimea drumului de la casa elefantului până la casa furnicuțelor este km.

Răspuns corect: 5p



Problema 3

Într-o cutie sunt 10 bile numerotate de la 1 la 10. Care este cel mai mic număr de bile pe care trebuie să le extragem dintre acestea astfel încât să fim siguri că vom găsi două cu suma numerelor înscrise pe ele egală cu 14?

- a) 7 b) 8 c) 6 d) 2

Demonstrație. Perechile 4 și 10, 5 și 9, 6 și 8 au suma egală cu 14. Construim cazul cel mai nefavorabil alegând numerele 1, 2, 3 și 7, precum și câte un număr dintre perechile menționate, 4, 5 și 6. Avem, astfel, șapte numere, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 printre care nu există două cu suma egală cu 14. Dacă alegem încă un număr dintre cele rămase vom găsi două numere care au suma egală cu 14. Cel mai mic număr de bile care trebuie extrase este egal cu .

Răspuns corect: 5p

Problema 4

Dacă scriu numărul a și apoi îi măresc numărul de cifre, adăugând la sfârșitul lui cifra 1, obțin numărul b . Dacă $a + b = 408$, care este suma cifrelor numărului a ?

Demonstrație. Lipind cifra 1 la sfârșitul numărului a îl înmulțim cu 10 și adunăm 1, adică $b = 10 \times a + 1$.

$$a + b = 408$$

$$a + 10 \times a + 1 = 408$$

$$11 \times a + 1 = 408$$

$$11 \times a = 407$$

$$a = 407 : 11$$

$$a = 37.$$

Suma cifrelor numărului a este egală cu $3 + 7 = \boxed{10}$.

Răspuns corect: 5p

Problema 5

Bunicul a plantat copaci în livadă numai la aniversările nepoților săi, Andrei și Ștefan. De fiecare dată plantează un număr de copaci egal cu triplul vârstei copilului aniversat. Ultima dată a plantat copaci când Andrei a împlinit 4 ani. În acest moment în livadă sunt 93 de copaci. Ce vârstă are Ștefan?



Demonstrație. Cu ocazia aniversărilor lui Andrei, bunicul a plantat $3 \times 1 + 3 \times 2 + 3 \times 3 + 3 \times 4 = 30$ copaci. Diferența până la 93, adică 63 de copaci, a fost plantată la aniversările lui Ștefan și se obține calculând triplul sumei vârstelor pe care le-a împlinit Ștefan până în acest moment. Cum $63 : 3 = 21$ și $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$, înseamnă că Ștefan are ani.

Răspuns corect: 5p

Problema 6

Ana are un sac cu jucării și s-a gândit să împrumute câteva dintre ele prietenelor sale, primind în schimb prăjituri. S-a învoit cu Mariana ca pentru 10 jucării împrumutate pentru o zi să primească 3 prăjituri, iar cu Irina a convenit ca pentru 8 jucării împrumutate pentru o zi să primească două prăjituri. Ana a primit în total 8 prăjituri după ce a făcut schimbul cu prietenele ei. Aflați câte jucării avea Ana, știind că Marianei i-a împrumutat un sfert din jucăriile din sac.



Demonstrație. Ana poate primi 8 prăjituri în două moduri: fie îi împrumută de patru ori doar Irinei jucării și aceasta îi dă $2 \times 4 = 8$ prăjituri, fie îi împrumută în două zile Marianei și în una Irinei, primind astfel $8 = 2 + 3 + 3$ prăjituri. Dar știm că Ana i-a dat și Marianei jucării, un sfert din câte avea, așa încât este posibilă doar a doua variantă. Numărul de jucării primite de Mariana este 20 pentru că aceasta i-a oferit de două ori câte 3 prăjituri și reprezintă un sfert din jucăriile Anei. Numărul total de jucării pe care le are Ana este $4 \times 20 = \boxed{80}$.

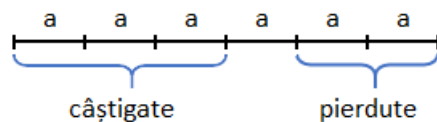
Răspuns corect: 5p

Problema 7

Mihai trebuie să joace 15 jocuri într-un turneu de șah. La un moment dat, în timpul turneului, câștigase jumătate din jocurile pe care le-a susținut, pierduse o treime din jocurile susținute și două s-au încheiat remiză. Câte partide mai are Mihai de disputat?



Demonstrație. Reprezentăm numărul de jocuri disputate de Mihai până în acest moment prin segmentul din figura de mai jos pe care îl împărțim în 6 segmente mai mici, fiecare de lungime a .



Cele câștigate sunt jumătate, adică 3 segmente de lungime a , cele pierdute sunt o treime, adică două segmente de lungime a și mai rămâne un segment de lungime a , care este egal cu numărul partidelor încheiate cu remiză, adică 2. Cele 6 segmente de lungime a înseamnă $6 \times 2 = 12$ meciuri jucate și Mihai mai are de disputat $15 - 12 = \boxed{3}$ meciuri.

Răspuns corect: 5p

Problema 8

Șase copii cumpără împreună 3 înghețate de vanilie, două înghețate de ciocolată și o înghețată de lămâie. În plus, au cumpărat și șase toppinguri, trei de cireșe, două de caramel și unul de ciocolată. Ei au cerut vânzătorului să combine toppingurile astfel încât să nu existe două înghețate identice. Care dintre următoarele combinații nu a putut fi obținută?

- a) ciocolată cu cireșe
- b) vanilie cu cireșe
- c) lămâie cu caramel
- d) vanilie cu ciocolată

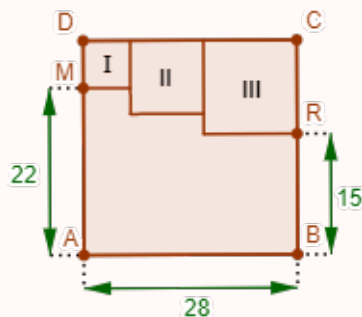


Demonstrație. Pentru a obține combinații diferite pe cele 3 înghețate de vanilie se pun toppinguri diferite, adică câte unul din fiecare sortiment. Rămân, astfel, la dispoziție două de cireșe și unul de caramel. Pe cele două înghețate de ciocolată se pun toppinguri diferite, unul de cireșe și unul de caramel și mai rămâne un topping de cireșe care se combină cu înghețata de lămâie. Combinația care nu se obține este lămâie cu caramel.

Răspuns corect: c) 5p □

Problema 9

În pătratul mare $ABCD$ din figura de mai jos s-au desenat alte trei pătrate mai mici, notate cu I, II și III. Știm că $AB = 28$ cm, $AM = 22$ cm și $BR = 15$ cm. Care este lungimea laturii pătratului II?



Demonstrație.

- latura pătratului I este egală cu latura pătratului mare minus 22, adică $28 - 22 = 6$ cm.
- latura pătratului III este egală cu latura pătratului mare minus 15, adică $28 - 15 = 13$ cm.
- latura pătratului mare este cât suma laturilor celor trei pătrate mici, de unde latura pătratului II este egală cu $28 - 6 - 13 = \boxed{9}$ cm.

Răspuns corect: 9 5p □

Problema 10

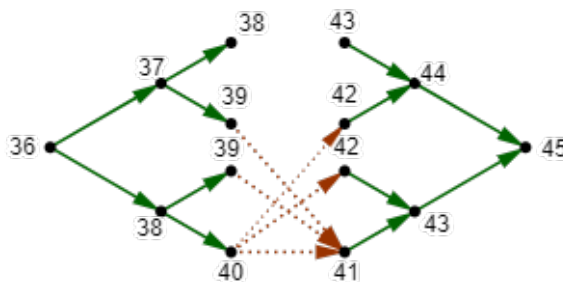
În țara Piciorușelor Vesele piciorul stâng al fiecărui bărbat este cu două numere mai mare decât piciorul drept, iar piciorul stâng al fiecărei femei este cu un număr mai mare decât cel drept. În orice caz, pantofii se vând numai perechi având aceeași mărime. Pentru a economisi bani, un grup de prieteni a decis să-și cumpere pantofii împreună. După ce s-au încălțat cu noii pantofi, au rămas doar doi pantofi, unul stâng de mărime 36 și unul drept de mărime 45. Care este cel mai mic număr posibil de prieteni din grup?

- a) 4 b) 5 c) 6 d) 7



Demonstrație.

- Pantoful de mărime 36 folosit este drept, deci cel stâng a fost cumpărat și este de mărime 37 sau 38. Din una din aceste perechi rămâne dreptul care este cumpărat cu un pantof stâng de mărimile (38, 39) sau (39, 40). Mai rămâne dreptul din această pereche de pantofi.
- Pantoful de mărime 45 folosit este stâng, deci cel drept a fost cumpărat și este de mărime 44 sau 43. Din una din aceste perechi rămâne stângul care este cumpărat cu un pantof drept de mărimile (43, 42) sau (42, 41). Mai rămâne stângul din această pereche de pantofi.
- Pantoful drept poate fi cumpărat cu pantoful stâng rămas și un exemplu este acesta: (36, 37), (37, 39), (39, 41), (41, 43), (43, 45).



Numărul minim de persoane din grup este .

Răspuns corect: 5p

Problema 11

În desenul de mai jos sunt marcate cu cercuri mici albe loviturile reușite de Andrei, Bogdan și Cezar la un concurs de tir. Punctajele obținute de Andrei și Bogdan sunt afișate, așa cum se vede și în desen, dar punctajul obținut de Cezar întârzie să apară. Aflați câte puncte a obținut Cezar.

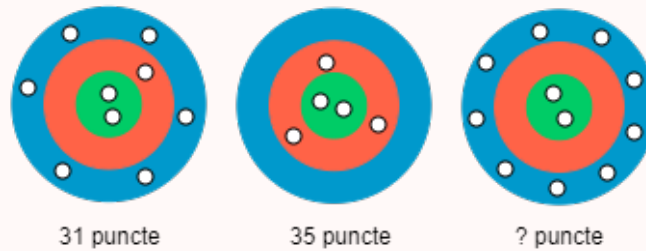
La un concurs de tir toate loviturile dintr-o zonă a țintei de aceeași culoare se punctează la fel.

a) 30

b) 28

c) 29

d) 32



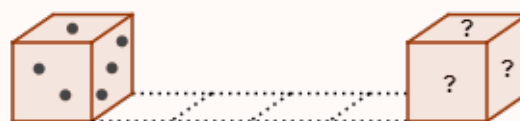
Demonstrație. Observăm că:

- două lovituri în cercul roșu valorează cât 6 lovituri în cercul albastru plus încă 4;
- o lovitură în cercul roșu valorează cât 3 lovituri în cercul albastru plus încă 2;
- 3 lovituri în cercul albastru valorează cât una în cercul roșu minus 2;
- 9 lovituri în cercul albastru valorează cât 3 lovituri în cercul roșu minus 6;
- două lovituri în cercul verde și 9 în cel albastru valorează cât două în verde plus 3 în roșu minus 6, adică atât cât a obținut Bogdan fără 6 puncte;
- Cezar a reușit două lovituri în cercul verde și 9 în albastru, deci un total de $35 - 6 = \boxed{29}$ puncte.

Răspuns corect: 5p

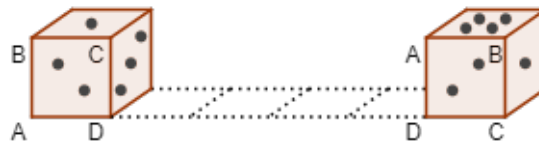
Problema 12

Un zar se rostogolește de cinci ori și ajunge în poziția finală, așa cum se vede în desenul de mai jos. Care este suma punctelor de pe cele trei fețe vizibile marcate cu semnul întrebării? *Se știe că suma punctelor de pe două fețe opuse ale unui zar este mereu 7.*



Demonstrație. Am notat în figura de mai jos vârfurile pătratului din față cu A, B, C și D . Să observăm mai întâi că fața $ABCD$ nu își modifică poziția, ea doar se rostogolește și rămâne în față mereu. Pe fața vizibilă din față vor fi întotdeauna două puncte. La prima rostogolire punctul A se deplasează în locul lui B , la a doua în locul lui C , apoi în D , din nou în poziția

inițială și după a cincea rostogolire va fi în locul lui *B*. La final zarul are aceeași poziție ca după prima rostogolire. Cele trei fețe vizibile marcate cu semnul întrebării au inscripționate 1, 2, respectiv 4 puncte, iar suma lor este 7.



Răspuns corect: 7 5p

Problema 13

Bogdan este furnizor de prăjituri. A primit o comandă de 26 cheesecake pentru o petrecere și 800 de minitarte, dar s-a confruntat cu anumite provocări. Bucătăria era disponibilă doar pentru 3 ore. Fiecare bucătar poate prepara două cheesecake sau 35 minitarte în fiecare oră. Fiecare bucătar prepară într-o oră un singur fel de prăjitură, cheesecake sau minitartă și apoi poate schimba, dacă este nevoie. Pentru a obține cel mai bun profit, Bogdan a angajat cel mai mic număr posibil de bucătari. Câți bucătari a angajat Bogdan?

- a) 11 b) 12 c) 13 d) 36



Demonstrație. Pentru prepararea celor 26 cheesecake sunt necesare $26 : 2 = 13$ ore de muncă, iar pentru cele 800 de minitarte e nevoie de 23 ore de muncă pentru că $800 : 35 = 22$ rest 30 și 22 ore nu sunt suficiente, ar lipsi niște minitarte. În total sunt necesare $13 + 23 = 36$ ore de muncă. Cum bucătăria este disponibilă doar 3 ore, Bogdan va angaja $36 : 3 = \span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">12 bucătari.$

Răspuns corect: b) 5p

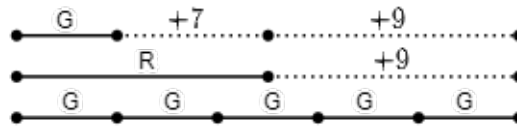
Problema 14

Scufița Roșie a cules din pădure flori galbene și flori roșii. După ce le-a numărat și-a spus: "Dacă mai culegeam 7 flori galbene, aș fi avut tot atâtea cât cele roșii, iar dacă mai culegeam 9 flori roșii, atunci aș fi avut de 5 ori mai multe decât cele galbene". Câte flori de fiecare culoare a cules Scufița Roșie?

- a) 5 galbene și 12 roșii b) 7 galbene și 14 roșii
 c) 9 galbene și 16 roșii d) 4 galbene și 11 roșii



Demonstrație. Am reprezentat mai jos cu ajutorul segmentelor datele problemei. Numărul florilor roșii este cu 7 mai mare decât numărul florilor galbene. Numărul de flori roșii mărit cu 9 este de 5 ori mai mare decât numărul florilor galbene, deci numărul de flori galbene mărit cu 16 este de 5 ori mai mare decât numărul de flori galbene. Așadar, numărul de flori galbene mărit de 4 ori este egal cu 16, de unde obținem că Scufița Roșie a cules 4 galbene și 11 roșii.



Răspuns corect: d) 5p □

Problema 15

La plecarea în tabăra de la Predeal, din cauza traficului aglomerat, Andrei a ajuns la Gara de Nord cu foarte puțin timp înainte de a pleca trenul și a urcat la întâmplare în al 21-lea vagon de la locomotivă. Pentru a afla în ce vagon se află colegii lui, a sunat-o pe Bianca și după ce i-a spus în ce vagon se află el, aceasta i-a răspuns:

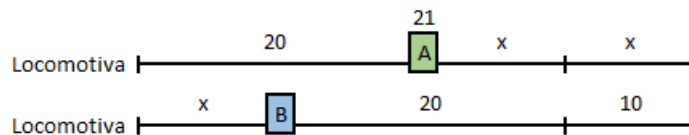
"- Numărul vagoanelor din spatele tău este de două ori mai mare decât numărul vagoanelor care sunt în fața noastră, iar numărul vagoanelor din spatele nostru este o dată și jumătate mai mare față de numărul vagoanelor din fața ta. Mai trebuie să îți spun că vagoanele sunt numerotate începând cu 1 de la locomotivă."

După puțin timp, Andrei a aflat în ce vagon se aflau colegii lui. Câte vagoane are trenul?



Demonstrație. Vom nota cu x numărul de vagoane care se află în fața vagonului în care este Bianca.

- Numărul de vagoane care urmează după vagonul cu numărul 21 este $2 \times x$.
- Numărul de vagoane din fața vagonului în care se află Andrei este 20.
- Numărul de vagoane care se află după vagonul în care se află Bianca este $20 + 10 = 30$.



Calculăm numărul total de vagoane al trenului în două moduri: cele din fața lui Andrei cu cele din spatele lui Andrei și cele din fața Biancăi cu cele din spatele Biancăi.

$$\begin{aligned}
 21 + 2 \times x &= x + 31 \\
 2 \times x &= x + 31 - 21 \\
 2 \times x &= x + 10 \\
 2 \times x - x &= 10
 \end{aligned}$$

$$x = 10$$

Numărul total de vagoane este $21 + 2 \times 10 = \boxed{41}$.

Răspuns corect: $\boxed{41}$ 5p



Problema 16

Piticii au fost chemați de Albă ca Zăpada să primească prăjituri. Somnorosul a preferat să doarmă. În câte moduri diferite se pot așeza la rând cei 6 pitici, Înțeleptul, Bucurosul, Rușinosul, Hap-Ciu, Morocănosul și Mutulică, știind că Mutulică și Bucurosul vor să stea întotdeauna unul lângă altul, iar Înțeleptul a ales să fie mereu ultimul?

a) 40

b) 48

c) 36

d) 240



Demonstrație. Să îi considerăm pe cei doi pitici ca o grupă. Îi putem aranja pe ei și pe ceilalți 3 pitici în $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ moduri. În fiecare dintre aceste moduri, piticii Mutulică și Bucurosul pot fi aranjați fie în ordinea Mutulică - Bucurosul, fie în ordinea Bucurosul - Mutulică. Prin urmare, ei pot fi aranjați în total în $2 \times 24 = \boxed{48}$ moduri.

Răspuns corect: $\boxed{b)}$ 5p



Problemele 1-16: $16 \times 5p = 80p$

Puncte acordate din oficiu: 20p

Total: 100p

Timp de lucru: 2 ore