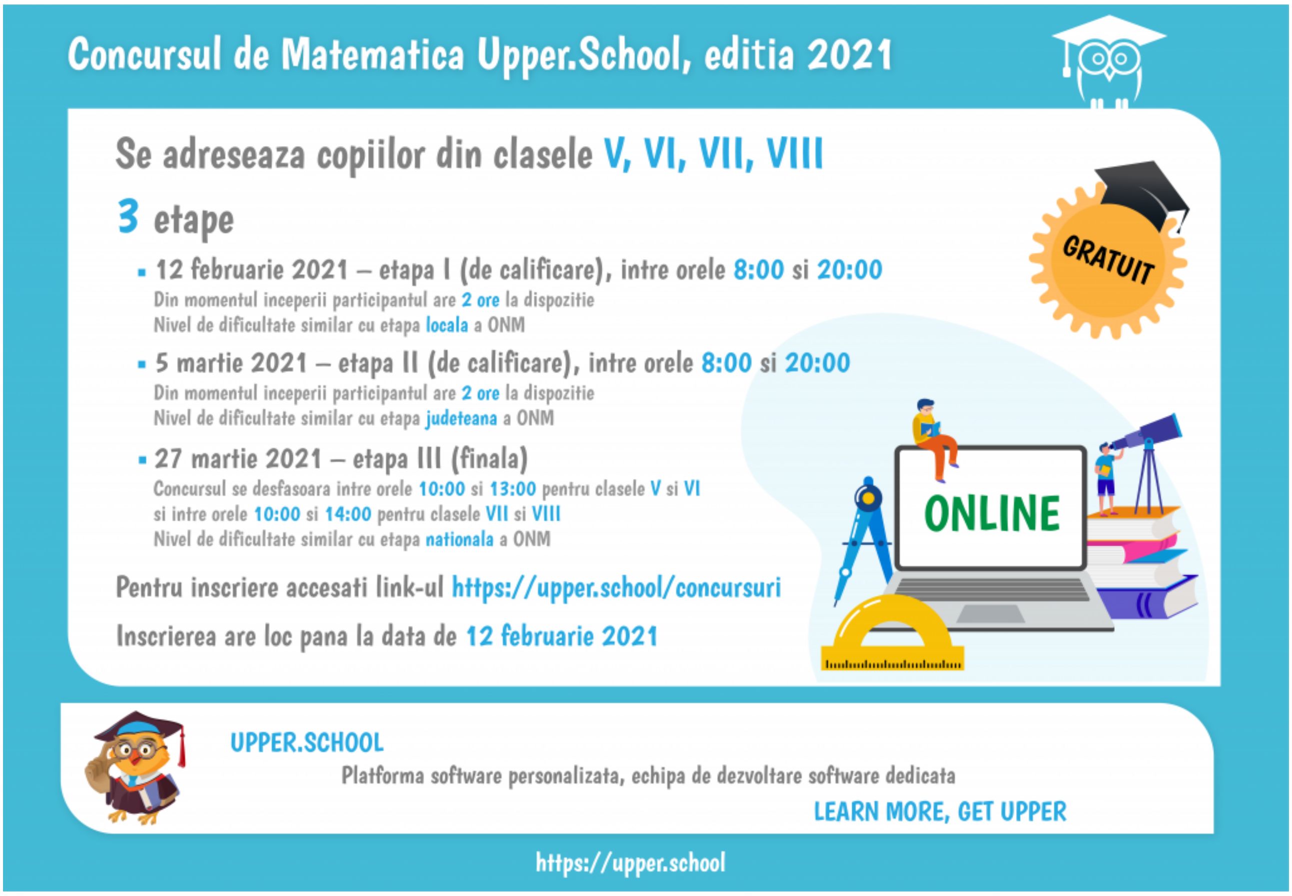

Concursul de matematică Upper.School
Ediția 2021

Etapa I
Clasa a-V-a

- Soluții -

Lioara Ivanovici, Mihaela Berindeanu

§1 Soluții

Problema 1

Un număr natural de patru cifre are suma cifrelor egală cu 36. Care este suma cifrelor succesorului acestui număr?

a) 1 b) 37 c) 45 d) 12

Demonstrație.
Singurul număr natural de patru cifre care are suma cifrelor egală cu 36 este 9999. Succesorul lui este 10000, iar suma cifrelor acestuia este $\boxed{1}$.

Răspuns corect: $\boxed{\text{a)}}$ 5*p*

□

Problema 2

Câte numere naturale de trei cifre au produsul cifrelor egal cu 7?

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4

Demonstrație.
Numerele sunt 117, 171 și 711, în total sunt $\boxed{3}$ numere.

Răspuns corect: $\boxed{\text{c)}}$ 5*p*

□

Problema 3

În 3 pungi sunt în total 54 de acadele. Câte acadele sunt în a treia pungă, dacă în prima pungă sunt 17, iar în a doua cu 2 mai multe decât în prima pungă?

a) 28 b) 18 c) 20 d) 54

Demonstrație.
În a doua pungă sunt $17 + 2 = 19$ acadele, iar în primele două avem un total de $17 + 19 = 36$. Diferența până la 54, adică $\boxed{18}$ reprezintă numărul de acadele din a treia pungă.

Răspuns corect: $\boxed{\text{b)}}$ 5*p*

□

Problema 4

Care este valoarea numărului natural n din egalitatea

$$2^{2010} + 4^{1005} + 8^{670} + 32^{402} = 2^n?$$

a) 2012 b) 2011 c) 2010 d) 2009

Demonstrație.
Ecuația se rescrie astfel:

$$2^{2010} + (2^2)^{1005} + (2^3)^{670} + (2^5)^{402} = 2^n \iff$$

$$\iff 2^{2010} + 2^{2010} + 2^{2010} + 2^{2010} = 2^n$$
$$\iff 2^2 \cdot 2^{2010} = 2^n \iff \boxed{n = 2012}.$$

Răspuns corect: $\boxed{\text{a)}}$ 5p

□

Problema 5

Care este diferența dintre suma tuturor numerelor naturale de trei cifre identice și suma numerelor naturale de două cifre identice?

a) 999 b) 1001 c) 4500 d) 5500

Demonstrație.
$(111 + 222 + 333 + ... + 999) - (11 + 22 + 33 + ... + 99) = (111 - 11) + (222 - 22) + (333 - 33) + ... + (999 - 99) = 100 + 200 + 300 + ... + 900 = \boxed{4500}$

Răspuns corect: $\boxed{\text{c)}}$ 5p

□

Problema 6

Pentru a vizita Musee Louvre un adult plătește 45 Euro, iar un copil 20 Euro. În vacanța de vară de la sfârșitul clasei a V-a Mihnea împreună cu părinții și cele două surori gemene, cu doi ani mai mari decât el, au vizitat acest muzeu. Care este suma pe care au plătit-o toți membrii familiei pentru această vizită?

a) $2 \cdot 20 + 45$ b) $2 \cdot 45 + 20$ c) $2 \cdot 45 + 2 \cdot 20$ d) $2 \cdot 45 + 3 \cdot 20$

Demonstrație.
Surorile lui Mihnea au încheiat clasa a VII-a, prin urmare vor plăti biletul la preț de copil. Suma totală este $\boxed{2 \cdot 45 + 3 \cdot 20}$.

Răspuns corect: $\boxed{\text{d)}}$ 5p

□

Problema 7

Care este cel mai mare rest par pe care îl putem obține împărțind un număr natural la 1000?

a) 0 b) 999 c) 998 d) 1000

Demonstrație.
Restul unei împărțiri este mai mic decât împărțitorul, adică poate fi cel mult 999. Pentru că ni se impune condiția ca acesta să fie și număr par răspunsul este $\boxed{998}$.

Răspuns corect: $\boxed{\text{c)}}$ 5p

□

Problema 8

Dacă n este un număr natural par care dintre următoarele numere este impar?

a) $2021n$ b) $n^4+n^3+n^2+2020$ c) n^3 d) $2021n^2+2021$

Demonstrație.
$2021n$ este număr par pentru că produsul unui număr par cu oricare altul este număr par, $n^4+n^3+n^2+2020$ este sumă de numere pare cu rezultat tot număr par, n^3 este puterea nenulă a unui număr par, singurul dintre cele patru numere care este impar e $\boxed{2021n^2+2021}$.

Răspuns corect: $\boxed{\text{d)}}$ 5p

□

Problema 9

Andrei șterge 3 cifre din numărul 3092581 astfel încât numărul rămas este cel mai mare posibil care poate fi obținut fără a schimba ordinea cifrelor. Cifrele șterse sunt:

a) 2,5,1 b) 0,2,1 c) 3,0,2 d) 0,5,1

Demonstrație.
În ideea de a obține cel mai mare număr posibil urmărim ca cifra miilor să fie cât mai mare, apoi cifra sutelor și astfel găsim ca cea mai mare valoare numărul 9581.
Cifrele șterse sunt $\boxed{3,0,2}$.

Răspuns corect: $\boxed{\text{c)}}$ 5p

□

Problema 10

Numărul numerelor naturale care nu sunt mai mari decât 2021 și nu sunt mai mici decât 1993 este:

a) 30 b) 29 c) 28 d) 31

Demonstrație.
De vreme ce nu sunt mai mari decât 2021, pot fi cel mult egale cu 2021. Cum nu sunt mai mici decât 1993, pot fi cel puțin egale cu 1993. Avem de numărat de la 1993 până la 2021 inclusiv, iar răspunsul la întrebare este 2021-1992=$\boxed{29}$.

Răspuns corect: $\boxed{\text{b)}}$ 5p

□

Problema 11

$$(10000^{2021}-1):9=\overline{a_1a_2a_3...a_n}.$$

Valoarea lui n este:

a) 2021 b) 2022 c) $2022\cdot 5$ d) $2021\cdot 4$

Demonstrație.

$$(10000^{2021}-1):9=\left((10^4)^{2021}-1\right):9=\underbrace{999.....9}_{2021\cdot 4\text{ cifre}}:9=\underbrace{111.....1}_{2021\cdot 4\text{ cifre}}.$$

Valoarea numărului n este $\boxed{2021\cdot 4}$.

Răspuns corect: $\boxed{\text{d)}}$ .... $5p$

□

Problema 12

Rezultatul calculului 8^8+8^8 este:

a) 2^{25} b) 8^9 c) 8^{16} d) 4^9

Demonstrație.
$8^8+8^8=(2^3)^8+(2^3)^8=2^{24}+2^{24}=\boxed{2^{25}}$.

Răspuns corect: $\boxed{\text{a)}}$ .... $5p$

□

Problema 13

Pe tablă sunt scrise primele zece numere naturale nenule. Kole șterge la întâmplare două dintre ele și apoi scrie pe tablă suma lor mărită cu 3. Ce număr rămâne scris pe tablă după nouă operații de acest fel?

a) 92 b) 82 c) 72 d) 62

Demonstrație.
Inițial numerele scrise pe tablă sunt: 1, 2, 3,..., 10, a căror sumă este $S_0=(10\cdot 11):2=55$. După prima operație rămân 9 numere a căror sumă este $S_1=55+3=58$. După a doua operație rămân 8 numere a căror sumă este $S_2=55+3+3$ și așa mai departe.După fiecare astfel de operație suma tuturor numerelor scrise pe tablă crește cu 3. La final pe tablă rămâne un singur număr egal cu $S_9=55+3\cdot 9=55+27=\boxed{82}$

Răspuns corect: $\boxed{\text{b)}}$ .... $5p$

□

Problema 14

Dacă $2^{2021}\cdot 5^{2020}=\overline{a_1a_2a_3...a_n}$ care este valoarea sumei $S=a_1+a_2+n$?

a) 2000 b) 2023 c) 2 d) 5

Demonstrație.
$2^{2021}\cdot 5^{2020}=(2\cdot 5)^{2020}\cdot 2=2\cdot 10^{2020}=2\underbrace{00\ldots0}_{2020\text{ cifre}}\implies$ numărul $2^{2021}\cdot 5^{2020}$ are 2021 cifre, în care $a_1=2, a_2=0$ și $n=2021$. Valoarea sumei este $S=2+0+2021=\boxed{2023}$.

Răspuns corect: $\boxed{\text{b)}}$ .... $5p$

□

Problema 15

Mihaela a adunat toate numerele de la 1 la 50. Gabriela a făcut același lucru, dar numai după ce a înlocuit toate cifrele de 1 care apar în scrierea acestor numere cu cifra 3. Cu cât este mai mare suma obținută de Gabriela față de suma obținută de Mihaela?

a) 50 b) 210 c) 100 d) 150

Demonstrație.
Gabriela a înlocuit următoarele cifre:

- 5 cifre de pe pozița unităților: 1, 11, 21, 31 ,41 și a obținut cu $(3-1)\cdot 5 = 10$ mai mult;
- 10 cifre de pe poziția zecilor:10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19 și a obținut cu $(30-10)\cdot 10 = 200$ mai mult.

Diferența totală este $10 + 200 = \boxed{210}$.

Răspuns corect: $\boxed{\text{b)}}$ 5p

□

Problemele 1-15: . . . . $15 \times 5p = 75p$
Puncte acordate din oficiu: . . . . $25p$
Total: . . . . $100p$