

Concursul de Matematica Upper.School, editia 2021



Se adreseaza copiilor din clasele **V, VI, VII, VIII**

3 etape

- **12 februarie 2021 – etapa I (de calificare)**, intre orele **8:00** si **20:00**

Din momentul inceperii participantul are **2 ore** la dispozitie
Nivel de dificultate similar cu etapa **locala** a ONM

- **5 martie 2021 – etapa II (de calificare)**, intre orele **8:00** si **20:00**

Din momentul inceperii participantul are **3 ore** la dispozitie
Nivel de dificultate similar cu etapa **judeteana** a ONM

- **27 martie 2021 – etapa III (finala)**

Concursul se desfasoara intre orele **10:00** si **13:00** pentru clasele **V** si **VI**
si intre orele **10:00** si **14:00** pentru clasele **VII** si **VIII**
Nivel de dificultate similar cu etapa **nationala** a ONM

Pentru inscriere accesati link-ul <https://upper.school/concursuri>

Inscrierea are loc pana la data de **12 februarie 2021**



UPPER.SCHOOL

Platforma software personalizata, echipa de dezvoltare software dedicata

LEARN MORE, GET UPPER

<https://upper.school>

Concursul de matematică Upper.School Ediția 2021

Etapa II Clasa a-VIII-a

- Subiecte -

**Lioara Ivanovici, Mihaela Berindeanu,
Robert Dragomirescu**

§1 Subiecte

Problema 1

Se dau numerele reale $x, y, z > 0$, care verifică relațiile:

$$x = \sqrt{2 - 2yz}$$

$$y = \sqrt{3 - 2xz}$$

$$z = \sqrt{4 - 2xy}.$$

Care este valoarea sumei $x + y + z$?

Problema 2

Care este pătratul valorii ariei triunghiului $\triangle ABC$, știind că laturile sale notate a, b, c verifică relațiile:

$$a(a - 2) = b + c$$

$$b(b - 2) = a + c$$

$$c(c - 2) = a + b?$$

Problema 3

Dacă $4^x - 2^{x+3} + 9^y - 2 \cdot 3^{y+2} + 97 = 0$, cu $x, y \in \mathbb{N}$, calculați suma $x + y$.

Problema 4

Numerele reale nenule x și y satisfac relațiile $x + y = 6$ și $x \cdot y = 4$. Care este valoarea expresiei

$$x + \frac{x}{y} + \frac{y}{x} + y?$$

Problema 5

Numărul irațional x verifică relația $x^2 + \frac{3}{x} = 10$. Care este valoarea expresiei

$$x(x + 1)(x + 2)(x + 3) + 2021?$$

Problema 6

Se aleg la întâmplare trei numere diferite din șirul $1, 2, 3, \dots, 2020$. Dacă probabilitatea ca produsul lor să fie un număr impar este $P = \frac{m}{n}$, unde $m, n \in \mathbb{N}$, $n \neq 0$, $(m, n) = 1$, atunci valoarea sumei $m + n$ este egală cu:

Problema 7

$$\sqrt{x + 3} + \sqrt{2y - 5} + \sqrt{29 - x - 2y} = 9$$

După ce a rezolvat această ecuație cu două necunoscute, Gabriela a observat că suma soluțiilor $x + y$ este chiar vârsta ei. Aflați vârsta Gabrielei.

Problema 8

În sistemul de coordonate XOY , două orașe sunt reprezentate grafic prin punctele $A(2, 3)$ și $B(4, 6)$. Coordonata x a punctului $M(x, 0)$ de pe axa OX , astfel încât distanța $AM + MB$ să fie minimă, este egală cu $\frac{a}{b}$, $a, b \in \mathbb{Z}^*$, $(a, b) = 1$. Care este valoarea sumei $a + b$?

Problema 9

Numărul nenul $x \in \mathbb{R}$ are proprietatea că $x + \frac{1}{x}$ și $9x - x^2 \in \mathbb{Z}$. Care este suma valorilor lui x ?

Problema 10

Se dau numerele reale x, y, z , care verifică relațiile de mai jos:

- $z^2 - 4z = -9 - 2xy$
- $x(x - 6 - y) + y(y - 6 - x) = -13$

Care este valoarea produsului $x \cdot y \cdot z$?

Problema 11

Se dau a și b două numere reale pozitive și diferite, astfel încât $a + b = 2$.

Partea întreagă a numărului $\left(a - \frac{4}{a}\right)\left(b - \frac{4}{b}\right)$ este egală cu:

Problema 12

Dacă x și y sunt numere reale astfel încât

$$(x + y)(x + 1)(y + 1) = 3$$

și

$$x^3 + y^3 = \frac{45}{8},$$

calculați valoarea expresiei $4(x^2 + y^2)$.

Problema 13

Care este suma tuturor soluțiilor ecuației $\{2 \cdot \{3 \cdot \{4 \cdot \{x\}\}\}\} = x$, unde am notat prin $\{x\}$ partea fracționară a numărului real x ?

Problema 14

Un copil merge la un parc de distracții. Acolo are patru variante de atracții: pendulum ride, roller coaster, un carusel și plimbare pe apă. Copilul cumpără 25 de fise. Fiecare atracție costă 3 fise pe rundă, exceptând roller coaster-ul, care costă 5 fise pe rundă. Copilul vrea să încerce fiecare atracție cel puțin o dată, iar ordinea rundelor nu contează. În câte moduri poate copilul să consume fisele?

Atenție: Este posibil ca la finalul zilei el să mai rămână cu niște fise.

Problema 15

Pătratul $ABCD$ se îndoaie după dreapta AC până când $(ACB) \perp (ACD)$. Notăm cu M mijlocul laturii (BC) , cu N mijlocul laturii (AD) și cu O mijlocul laturii (AC) . Aflați măsura unghiului determinat de planele (OBN) și (ODM) .

Problema 16

Pătratul $ABCD$ și trapezul $CDEF$, cu bazele CD și EF , sunt situate în plane perpendiculare, iar $AD = 9 \text{ cm}$ și $EF = 18 \text{ cm}$. Notăm cu $\{O\} = AF \cap BE$ și $d(O, (ABC)) + d(O, (CDE)) = 10 \text{ cm}$. Care este valoarea pătratului distanței de la punctul O la dreapta CD ?

Problemele 1-16:	$16 \times 5p = 80p$
Puncte acordate din oficiu:	$20p$
Total:	$100p$