



Concursul de matematică Upper.School Ediția 2022

Etapa I
Clasa a VIII-a

- Subiecte -
Lioara Ivanovici

§1 Subiecte

Problema 1

Dacă $\frac{a-b}{c-d} = -16$, $c \neq d$, atunci $\frac{a-b}{d-c}$ este egal cu:

- a) $-\frac{1}{16}$ b) 16 c) $\frac{1}{16}$ d) -16

Problema 2

Vârstele celor 4 verișoare din familia Ionescu sunt 3, 8, 12, 14, nu neapărat în această ordine. Suma vârstelor Ioanei și Adinei este un număr divizibil cu 5, suma vârstelor Ioanei și Diane este și el un număr divizibil cu 5. Care este vârsta celei de-a patra verișoară, Maria?

- a) 3 b) 8 c) 12 d) 14

Problema 3

Numărul numerelor naturale n pentru care $-16 < \sqrt{n} - \sqrt{81} < 2$ este egal cu:

- a) 122 b) 120 c) 121 d) 11

Problema 4

Care este suma numerelor reale a și b care sunt soluții ale ecuației

$$|a+3| + b^2 - 14b + 49 = 0 ?$$

- a) 10 b) 4 c) -11 d) 0

Problema 5

Numerelor reale a și b verifică inegalitatea $a^2 + b^2 - 10a\sqrt{6} - 12b\sqrt{5} + 330 \leq 0$. Valoarea numărului $x = \left(\frac{6}{b} + \frac{5}{a}\right) \cdot (b-a)$ este egală cu:

- a) $\sqrt{30}$ b) $\frac{1}{5}$ c) $\frac{\sqrt{30}}{\sqrt{6} + \sqrt{5}}$ d) 1

Problema 6

Numerelor reale a, b, c verifică relațiile $[a, b] \cap \mathbb{Z} = \{a, b, c\}$ și $a^2 + b^2 - 5b = 9$. Valoarea produsului abc este egală cu:

- a) 60 b) 2022 c) 6 d) 24

Problema 7

Pentru $a = 10^x$, $b = 7^x$ și $x \in \mathbb{Z}$ care este soluție a inecuației $\left| \frac{6x+5}{4} \right| < 1$, determinați $[a-b]$, unde $[t]$ reprezintă partea întreagă a numărului real t .

- a) 3 b) 1 c) 0 d) -1

Problema 8

Dacă $(x-2)(x+2) = 12$, atunci valoarea expresiei $(x^2+x)(x^2-x)$ este egală cu:

- a) 256 b) 16 c) 0 d) 240

Problema 9

Fie $A = \sqrt{(n+3)(n+4)(n+5)(n+6)+1}$, unde $n \in \mathbb{N}$. Dintre următoarele afirmații care este cea adevărată?

- a) $A \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}$ b) $A \in \mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}$
 c) A este număr natural impar, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}$ d) A este număr natural par, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}$

Problema 10

Fie $a, b \in \mathbb{R}^*$, astfel încât $a^2 - b^2 = 3ab$. Valoarea numărului $A = \sqrt{\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} + \frac{6b}{a} - \frac{6a}{b} + 23}$ este egală cu:

- a) $\sqrt{2}$ b) 4 c) 2 d) $\frac{1}{4}$

Problema 11

Fie $x, y \in \mathbb{N}^*$, $x \geq 4$ astfel încât $9^{x-2} + 9^{y+2} \leq 2 \cdot 3^{x+y}$. Numărul $3^x + 3^y$ este divizibil cu:

- a) 41 b) 5 c) 4 d) 23

Problema 12

În cubul $ABCD A' B' C' D'$ notăm cu M proiecția punctului A' pe dreapta AC' . Valoarea raportului $\frac{AM}{MC'}$ este egală cu:

- a) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ b) $\frac{1}{3}$ c) 2 d) $\frac{1}{2}$

Problema 13

În prisma patrulateră regulată $ABCD A'B'C'D'$ de bază $ABCD$ notăm cu M , respectiv N mijloacele laturilor (AB) , respectiv (BC) . Fie $AB' \cap A'B = \{O\}$. Măsura unghiului determinat de dreptele OM și AN este egală cu:

- a) 90° b) 60° c) 30° d) 0°

Problema 14

Fie $ABCD$ un paralelogram de arie 1. Notăm cu O intersecția diagonalelor (AC) și (BD) . Fie $M \in (CD)$, $AM \cap BD = \{E\}$, iar $MB \cap AC = \{F\}$. Suma ariilor triunghiurilor $\triangle ADE$ și $\triangle BFC$ este egală cu $\frac{1}{3}$. Care este aria patrulaterului $MEOF$?

- a) $\frac{1}{12}$ b) $\frac{1}{8}$ c) $\frac{1}{10}$ d) $\frac{1}{16}$

Problema 15

În tetraedrul $ABCD$ știm că $AD \perp CD$ și $CD \perp BC$. Fie $M \in (AB)$ astfel încât $\frac{BM}{MA} = 2$, iar N este proiecția punctului M pe dreapta CD .

Valoarea raportului $\frac{CN}{ND}$ este egală cu:

- a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{3}$ c) 2 d) $\frac{2}{3}$

Problema 16

În cubul $ABCD A'B'C'D'$ cu $AB = 4$ cm, considerăm M și N centrele fețelor $BCC'B'$, respectiv $A'B'C'D'$. Planul (AMN) intersectează dreapta CC' în punctul P , muchia (BC) în punctul Q , iar muchia $B'C'$ în punctul S . Raportul ariilor triunghiurilor $\triangle PNS$ și $\triangle PAQ$ este egal cu:

- a) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{8}$ d) $\frac{1}{4}$

Problemele 1-16: $16 \times 5p = 80p$

Puncte acordate din oficiu: $20p$

Total: $100p$

Timp de lucru: 2 ore