

# Concursul de matematică Upper.School Ediția 2022

Etapa II  
Clasa a V-a

- Subiecte -  
Lioara Ivanovici

## §1 Subiecte

### Problema 1

Cinci prieteni au colecționat împreună 460 de jetoane. Mihai, care are cele mai multe jetoane, dă celorlalți 4 copii câte 4 jetoane și, astfel, numerele jetoanelor celor cinci copii sunt 5 numere naturale consecutive. Care este numărul maxim de jetoane pe care îl poate avea Mihai înainte de a da din ele prietenilor?

### Problema 2

Care este numărul de trei cifre  $\overline{abc}$  care verifică relația  $\overline{abc} : a : b : c = 5$ ?

### Problema 3

Pe o tablă este scris un număr natural. La fiecare mutare aveți voie să faceți una dintre următoarele două acțiuni:

- Ștergeți două cifre vecine ale numărului, dacă acestea sunt egale;
- Ștergeți o singură cifră a numărului, dacă nu are un vecin egal cu ea.

Obțineți astfel, ignorând eventualele spații libere create, fie un nou număr cu cifrele rămase, fie tabla goală. Care este numărul minim de mutări necesar pentru a face ca numărul 1234554321 să dispară de pe tablă?

### Problema 4

Într-un mic sat situat de-a lungul râului Olt sunt 9 case aliniate. În fiecare casă locuiește cel puțin o persoană, iar dacă adunăm numărul de persoane care locuiesc în oricare două case vecine, obținem mereu un număr cel mult egal cu 6. Care este numărul maxim de persoane care locuiesc în sat?

### Problema 5

Un șir de cifre începe cu secvența 3, 4, 2, 8, 6, 8, , .... Cifrele șirului se obțin astfel: primele două cifre sunt 3 și 4, iar fiecare dintre următoarele cifre este ultima cifră a numărului obținut prin înmulțirea celor două cifre anterioare. Care este a 2022-a cifră a șirului?

### Problema 6

Spunem că două numere de trei cifre,  $a$  și  $b$  formează o *pereche interesantă*, dacă cea mai mică cifră a lui  $a$  este egală cu cea mai mică cifră a lui  $b$  și diferența dintre cea mai mare cifră a lui  $a$  și cea mai mare cifră a lui  $b$  este egală cu 8 (numerele 809 și 100 formează o *pereche interesantă*). Care este cel mai mare număr natural care este suma numerelor dintr-o *pereche interesantă*?

**Problema 7**

Maria colecționează fotografii cu sportivii preferați începând cu anul 2017. Până la sfârșitul fiecărui an ea reușește să adune atâtea fotografii câte avea la un loc în anteriorii doi ani. Dacă în 2021 avea 85 fotografii și în 2020 avea 51 de fotografii, câte fotografii a colecționat în anul 2018?

**Problema 8**

Andrei, Bogdan și Cristi joacă un joc de noroc. Jucătorul care pierde jocul plătește celorlalți doi câte o sumă de bani. Prima dată a pierdut Andrei, iar Bogdan și Cristi și-au dublat sumele inițiale. Apoi a pierdut Bogdan, iar Andrei și Cristi și-au dublat sumele pe care le aveau la sfârșitul primului joc. A treia oară a pierdut Cristi, iar Andrei și Bogdan și-au dublat sumele pe care le aveau până atunci. La sfârșitul jocului s-a constatat că fiecare jucător avea 24 RON. Ce sumă a avut Andrei la început?

**Problema 9**

Tricourile unei echipe sportive sunt numerotate cu numere naturale diferite. Antrenorul i-a aliniat în șir astfel încât la capătul din dreapta al rândului stă jucătorul cu numărul 72 și fiecare număr al oricărui alt membru din echipă divide numărul vecinului din dreapta sa. Care este numărul maxim de sportivi din echipă?

**Problema 10**

Numerele naturale  $x$  și  $y$  sunt soluțiile ecuației  $20 + 2^x + 3^x + 4^x + 5^x = \overline{yyyy}$ . Care este valoarea sumei  $x + y$ ?

**Problema 11**

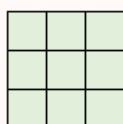
Câte numere naturale de forma  $\overline{abcd}$  au proprietatea că  $2 \cdot \overline{abcd} = \overline{cdab} + 3 \cdot \overline{ab}$ ?

**Problema 12**

Produsul vârstelor copiilor mei este 1664. Vârsta celui mai mare dintre copii este dublul vârstei celui mai mic. Câți copii am?

**Problema 13**

În fiecare dintre pătrățelele pătratului din imaginea de mai jos, Andrei scrie toate cifrele de la 1 la 9. Apoi calculează suma numerelor de pe fiecare linie și de pe fiecare coloană și obține 6 numere. Cinci dintre numerele pe care le-a obținut sunt 13, 14, 15, 16 și 17. Care este cel de-al șaselea număr pe care l-a obținut Andrei?



**Problema 14**

Câte numere naturale de două cifre  $\overline{ab}$ ,  $a > b$ ,  $b$  diferit de 0, au proprietatea că

$$\overline{ab} - \overline{ba} = (a - b)^3?$$

Mihaela Berindeanu

**Problema 15**

Care este cel mai mare număr natural  $\overline{abc}$  pentru care există un număr natural nenul  $n$ , astfel încât are loc relația:

$$\overline{abc} + a + b + c = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n.$$

**Problema 16**

Într-un rând sunt 120 de scaune, unele dintre ele fiind deja ocupate atunci când vine Andrei. Acesta observă că oriunde ar vrea să se așeze nu poate să o facă astfel încât scaunele vecine din stânga și din dreapta lui să fie ambele libere. Care este cel mai mic număr de scaune care erau deja ocupate când a venit Andrei?

<b>Problemele 1-16:</b> .....	$16 \times 5p = 80p$
<b>Puncte acordate din oficiu:</b> .....	$20p$
<b>Total:</b> .....	$100p$
<b>Timp de lucru:</b> .....	3 ore