

Concursul de matematică Upper.School Ediția 2022

Etapa II
Clasa a VI-a

- Subiecte -
Lioara Ivanovici

§1 Subiecte

Problema 1

Numărul natural n este cel mai mic care verifică egalitatea $7 \cdot n^5 = 11 \cdot k$, unde k este număr natural nenul. Numărul divizorilor pozitivi ai numărului k este egal cu:

Problema 2

Un număr natural se numește *săltăreț*, dacă este scris doar cu două cifre distincte, care alternează. De exemplu, 2020 este număr *săltăreț*, dar 2002 nu este *săltăreț*. Câte numere de 4 cifre *săltărețe* sunt divizibile cu 15?

Problema 3

Luca a economisit în vacanța de vară 32 de euro, cu care vrea să își cumpere la începutul anului școlar 12 pixuri, cel puțin câte unul dintre următoarele trei sortimente: de 1 euro, de 3 euro sau de 5 euro bucata. Câte pixuri de 5 euro a luat Luca, știind că a ales să cumpere din acest sortiment numărul maxim posibil.

Mihaela Berindeanu

Problema 4

În triunghiul $\triangle ABC$ punctele M și N se află în interiorul segmentului (AB) , astfel încât $M \in (AN)$, $AC = AN$ și $BM = BC$. Dacă $m(\angle MCN) = 43^\circ$, care este măsura unghiului $\angle ACB$?

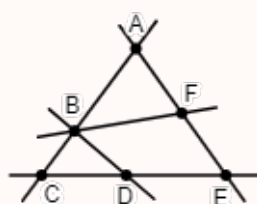
Problema 5

Cățelușă Heidi are trei tipuri de meniuri pe care le poate consuma într-o zi. Primul este compus din 9 oase, al doilea din 4 oase și o conservă și al treilea din 2 conserve. Săptămâna trecută ea a ronțăit 35 de oase. Câte conserve a avut Heidi în meniu săptămâna trecută?

Mihaela Berindeanu

Problema 6

În desenul de mai jos atribuim fiecărui punct notat cu A, B, C, D, E , respectiv F o cifră de la 1 la 6. Nu există două puncte distincte care să aibă atribuită aceeași cifră. Se calculează suma numerelor pe fiecare linie, obținându-se 5 astfel de sume. Suma totală a acestor sume este 47. Care este numărul atribuit punctului B ?



Problema 7

Care este cea mai mare valoare a numărului natural \overline{ab} pentru care are loc egalitatea $\frac{\overline{aa}}{b} + \frac{\overline{bb}}{a} = \frac{\overline{aa} + \overline{bb}}{a \cdot b}$, unde a și b sunt nenule?

Problema 8

Care este diferența pozitivă a cifrelor nenule x și y care verifică relația $\overline{xx^2} + \overline{yy^2} = \overline{xyxy}$?

Prin diferența pozitivă a cifrelor x și y înțelegem diferența dintre cea mai mare și cea mai mică cifră.

Problema 9

Se consideră unghiul $\angle AOB$ a cărui măsură este de 96° . Se construiește bisectoarea sa, apoi la cele două unghiuri noi formate se construiesc bisectoarele, apoi la cele patru unghiuri noi formate se construiesc bisectoarele, etc. Construcția se repetă atâta timp cât unghiurile noi formate au măsura un număr natural. Numărul de semidrepte care se află în interiorul unghiului $\angle AOB$ la finalul acestor operații este egal cu:

Problema 10

Se consideră în plan 10 puncte distincte. Care este numărul minim de puncte coliniare, dacă ele determină 40 de drepte distincte?

Problema 11

Când Andrei nu se descurcă cu temele la matematică, cere ajutor prietenilor săi pe Discord. Acum trebuie să afle suma tuturor resturilor posibile pentru împărțirea $(10^n - 1) : 37$, când $n \in \mathbb{N}$. Bianca i-a trimis rezolvarea imediat. Tu știi care este rezultatul corect?

Mihaela Berindeanu

Problema 12

Numerele naturale m și n au proprietatea că numărul $A = \frac{3m + 2}{2m + 1} + \frac{5n + 12}{2n + 5}$ este număr natural. Care este valoarea numărului A ?

Problema 13

Determinați numărul \overline{abcd} care verifică relațiile $\frac{c + d}{a + c} = \frac{a}{c}$ și $\overline{ab} + \overline{cd} = 35$.

Problema 14

Formăm toate fracțiile care au numărătorul și numitorul din mulțimea $\{n, n + 1, n + 2\}$, unde $n \in \mathbb{N}^*$. Care este produsul numerelor $n, n + 1$ și $n + 2$, știind că suma tuturor fracțiilor formate este un număr natural.

Problema 15

Fie A mulțimea fracțiilor zecimale de forma $\overline{0, a_1 a_2 a_3 \dots}$ pentru care $a_k + a_{k+3} = 9, \forall k \in \mathbb{N}^*$.
Câte elemente de forma $\frac{1}{n}, n \in \mathbb{N}^*$, conține mulțimea A ?

Problema 16

Spunem despre fracția nenulă $\frac{a}{b}$ că se numește *specială*, dacă $a + b = 15$, nu neapărat prime între ele. Câte numere naturale se pot scrie ca suma a două fracții *speciale*, nu neapărat diferite?

Problemele 1-16:	$16 \times 5p = 80p$
Puncte acordate din oficiu:	$20p$
Total:	$100p$
Timp de lucru:	3 ore