

# Concursul de Matematică Upper.School ediția 2019

## Etapa III - Clasa a 6-a

### Lista de probleme

#### PROBLEMA 1 / 4

punctaj: 7

Determinați numerele naturale  $\overline{ab}$  și  $n$  care au proprietatea  $\overline{ab}^2 = 6(3n+2)(n+1)$ .

#### PROBLEMA 2 / 4

punctaj: 7

În triunghiul  $ABC$ ,  $m(\sphericalangle CAB) = 30^\circ$  și  $m(\sphericalangle ABC) = 105^\circ$ . Considerăm punctul  $O$  în interiorul triunghiului astfel încât  $m(\sphericalangle OAB) = 15^\circ$  și  $m(\sphericalangle OBA) = 75^\circ$ . Aflați  $m(\sphericalangle OCB)$ .

#### PROBLEMA 3 / 4

punctaj: 7

Cameleonul este o reptilă arboricolă și insectivoră din regiunile tropicale, care are proprietatea de a-și schimba culoarea pielii potrivit mediului înconjurător. Toți cameleonii din insula Madagascar s-au colorat astfel:

- în roșu cei care au un prieten;
- în galben cei care au doi prieteni;
- în albastru cei care au trei prieteni.

Nu există doi prieteni de aceeași culoare. Cei de culoare albastră nu au prieteni printre cei de culoare galbenă.

Într-o zi, 400 de cameleoni de culoare albastră și 43 de culoare galbenă s-au colorat în roșu, iar alți 225 de culoare roșie și-au schimbat culoarea în albastru. Ca urmare, oricare doi prieteni au acum aceeași culoare. **Câți cameleoni sunt în insula Madagascar?**

#### PROBLEMA 4 / 4

punctaj: 7

Numărul natural nenul  $n$  se numește „**număr picant**” dacă există numerele naturale nenule  $a, b, x, y$  cu proprietățile:

$$a + b = n \text{ și } \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1.$$

Demonstrați că  $n$  este „**număr picant**” dacă și numai dacă  $n$  este compus.

Total puncte:

28